

# Коледно Математическо състезание

## I клас

Име.....училище.....град.....

1.



2.



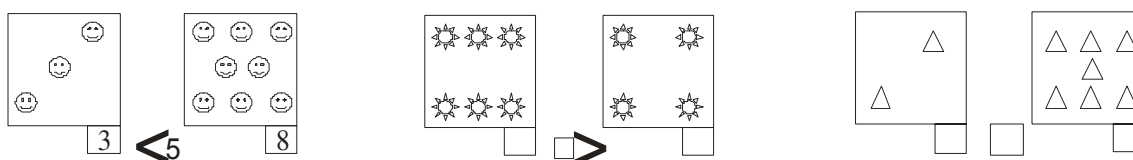
3.

$$\begin{array}{rcl} + & 6=8 \square 2 & 7=8 \square 1 \\ - & 8 \square 3=5 & 8 \square 4=4 \end{array}$$

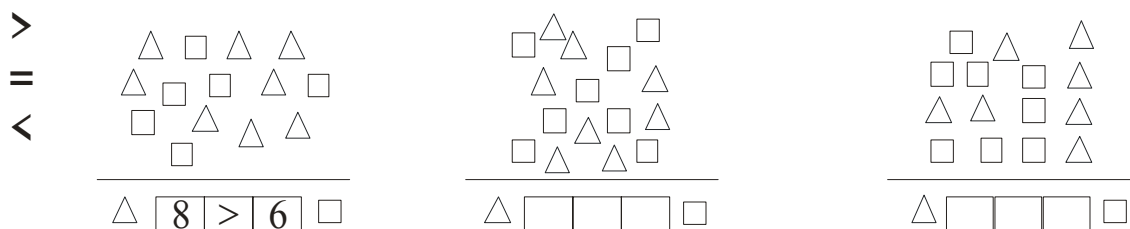
4.

$$\begin{array}{l} > & 2 \square 6 & 7 \square 4+4 & 7+1 \square 8 & 8-1 \square 5+2 \\ = & & & & \\ < & 8 \square 3 & 8 \square 8-1 & 5+3 \square 8 & 6+2 \square 7+1 \end{array}$$

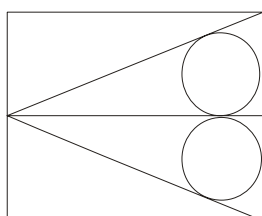
5.



6.



7.



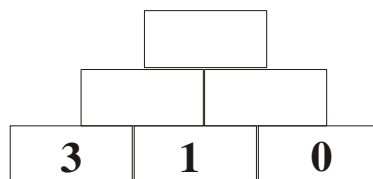
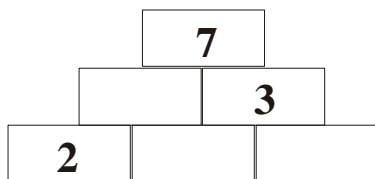
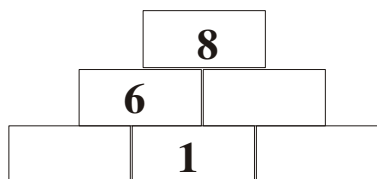
$\triangle$  ....?

$\bigcirc$  ....?

$\square$  ....?

$$\triangle + \bigcirc - \square = \square$$

8.



9.



.....?



.....?



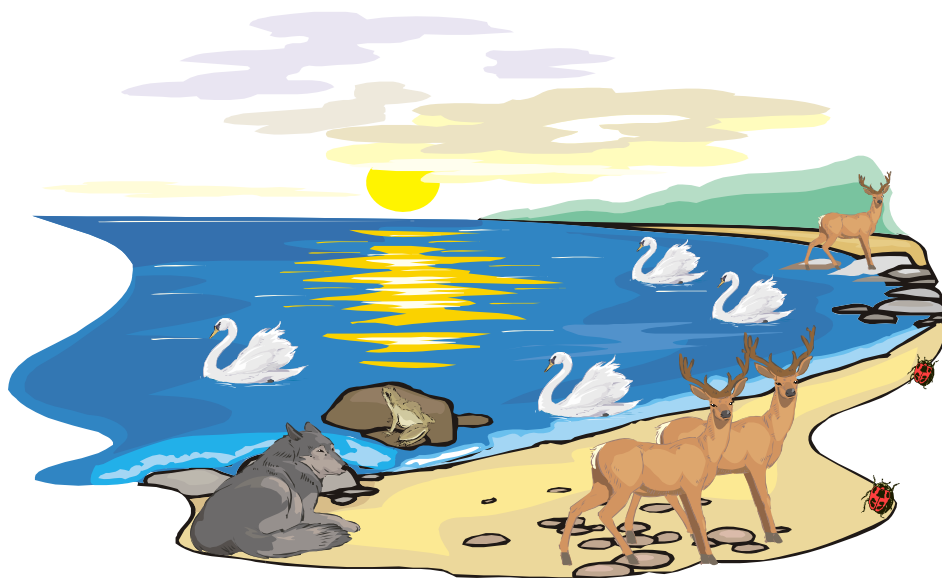
.....?



.....?



.....?



=



=



=



10.

$$7 > \text{cloud} > 2+1$$

$$\text{cloud} : \dots 4, 5, 6 \dots$$

$$6 < \diamond < 8$$

$$\diamond : \dots$$

$$2 < \bigcirc < 6$$

$$\bigcirc : \dots$$

$$3+1 < \heartsuit < 7$$

$$\heartsuit : \dots$$

$$8 > \star > 4-1$$

$$\star : \dots$$

$$3 < \text{smiley} + 1 < 8$$

$$\text{smiley} : \dots$$

$$8 > 8 - \text{drop} > 2$$

$$\text{drop} : \dots$$

$$3+2 < \text{star} < 5+2$$

$$\text{star} : \dots$$

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.

2 клас

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**1 зад.** Пресметнете:  $10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1 =$

- а) 5                      б) 6                      в) 3                      г) друг отговор

**2 зад.** Кое от числата може да се постави в празното квадратче?  $-5 < 25 - (3 + 8)$

- а) 4                      б) 17                      в) 19                      г) 25

**3 зад.** Първото число е 20, а всяко следващо е с 3 по-голямо. Кое е осмото число в редицата?

- а) 34                      б) 28                      в) 41                      г) друг отговор

**4 зад.** Николай и Стефан си купили общо 20 дъвки. Ако дъвките на Стефан са с 8 повече от дъвките на Николай, колко дъвки е купил Стефан?

- а) 6                      б) 12                      в) 15                      г) друг отговор

**5 зад.** Попълнете липсващото число; 1, 10, 2, 11, 3, 12, ....!

- а) 5                      б) 13                      в) 14                      г) друг отговор

**6 зад.** На Таня са й нужни за елхата 42 играчки. Имала 46, но счупила 8. Колко трябва да купи?

- а) 8                      б) 4                      в) 7                      г) друг отговор

**7 зад.** В таблицата трябва да се поставят числа без да се повтарят, така че сборовете по всеки ред, колона и по двата диагонала да са равни. Кое число стои на мястото на \*

7		
	8	*
5		9

- а) 3                      б) 5                      в) 6                      г) друг отговор

**8 зад.** Владо, Павлин и Кирчо живеят във Варна, София и Пловдив. Владо не живее във Варна, нито в Пловдив. Павлин не живее в Пловдив. В кой град живее Кирчо?

- а) София              б) Пловдив              в) Варна              г) не може да се определи

**9 зад.** Даниел написал едно след друго числата от 1 до 30. Колко пъти той е написал цифрата 2?

- а) 3                      б) 12                      в) 13                      г) друг отговор

**10 зад.** Един правоъгълник има дължина 5 см и ширина 4 см. С колко сантиметра ще нарасне обиколката му, ако дължината и ширината му се увеличат с по 3 см?

## Решения 2клас

1а; 2б; 3в; 4г 14; 5г 4; 6б; 7г 4; 8б; 9в;

**4 зад.**  $20 - 8 = 12$ ,  $12 = 6 + 6$  (дъвките на Николай са 6) . Дъвките на Стефан са с 8 повече следователно те са  $6 + 8 = 14$  (дъвки има Стефан)

**6 зад.**  $46 - 8 = 38$  (играчки остават);  $42 = 38 + 4$  (4 играчки трябва да купи)

**7 зад**  $5+7=8+*$

**8 зад** Влаго не живее във Варна и Пловдив  $\Rightarrow$  живее в София. Тогава Павлин не живее в София, но не живее и в Пловдив  $\Rightarrow$  Павлин живее във Варна, а Кирчо в Пловдив.

**9 зад** 2 е написал в числата 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,

**10 зад.** .  $5 + 5 + 4 + 4 = 18$  см е обиколката на правоъгълника

$5 + 3 = 8$  см и  $4 + 3 = 7$  см ( 8 см и 7 см са увеличените страни)

$8 + 8 + 7 + 7 = 30$  см  $30 - 18 = 12$  см (с 12 см ще се увеличи обиколката правоъгълника)

**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.****3 клас****Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**1 зад.** Стойността на израза  $(14 + 54 + 86 + 46) - 200$  е равна на:

- а) 0                                  б) 1                                  в) 100                                  г) друг отговор

**2 зад.** Ако към частното на числата 16 и 2 прибавите частното на числата 21 и 3, ще получите обиколката на равнобедрен триъгълник в см. Да се определи дължината на страната на този триъгълник.

- а) 5 см                                  б) 13 см                                  в) 15 см                                  г) друг отговор

**3 зад.** Попитали едно момче на колко години е и то казало: „Ако от най-малкото трицифрено число извадите най-малкото двуцифрено число и разликата разделите на най-голямото едноцифрено число, ще получите годините ми“. На колко години е това момче?

- а) 9                                  б) 10                                  в) 11                                  г) друг отговор

**4 зад.** Градина има форма на правоъгълник с ширина 10 м и 3 пъти по-голяма дължина. Колко метра телена мрежа е необходима, за да се направи ограда на градината с дървена врата, широка 1 м?

- а) 45                                  б) 79                                  в) 80                                  г) друг отговор

**5 зад.** Днес е събота. Кой ден от седмицата ще бъде след 18 дни?

- а) сряда                                  б) четвъртък                                  в) петък                                  г) друг отговор

**6 зад.** От всички числа до 999 изберете само тези, наименованието на които се състои от възможно най-малък брой букви. Сборът на тези числа е:

- а) 5                                  б) 7                                  в) 8                                  г) друг отговор


**7 зад.** Колко са квадратите на чертежа?

- а) 12                                  б) 18                                  в) 20                                  г) друг отговор

**8 зад.** Четирима третокласници решили да си купят топка като съберат пари поравно. Те пресметнали, че ако всеки от тях даде по 9 лв., няма да им стигнат парите, а ако всеки даде по 10 лв., ще могат да купят топка и ще им останат пари. Ако цената на топката е четно число по колко пари трябва да даде всеки от четиримата?

- а) 95 ст.                                  б) 9 лв.                                  в) 10 лв.                                  г) друг отговор

**9 зад.** Един ден третокласникът Митко тръгнал за училище точно половин час преди началото, на първия учебен час, който е от 7 часа и 30 минути. Когато се прибрал къщи по обяд, видял, че стрелките на часовника са разменили местата си спрямо положението, което са заемали при тръгването му сутринта. Колко минути Митко е бил извън къщи?

- а) 240 мин.                                  б) 275 мин.                                  в) 435 мин.                                  г) друг отговор

**10 зад.** Обиколките на правоъгълник и квадрат са общо 4 дм. Да се намери дължината на правоъгълника, ако ширината му е с 2 см по-голяма от страната на квадрата и обиколката на квадрата е равна на обиколката на равнобедрен триъгълник със страна 4 см.

### 3 клас

1. а, 2. а, 3. б, 4. б, 5. а, 6. г 110, 7. в, 8. г 9 лв. и 50 ст., 9. б, 10. отг. 9.

#### РЕШЕНИЯ:

**1 зад.** Отг. 0

**2 зад.** Обиколката на равностранния триъгълник е равна на  $16 : 2 + 21 : 3 = 8 + 7 = 15$  см, а търсената страна е  $15 : 3 = 5$  см.

**3 зад.**  $(100-10) : 9 = 10$ . На 10 години.

**4 зад.** Дължината на градината е  $3 \cdot 10 = 30$  м, а обиколката е  $2 \cdot 10 + 2 \cdot 30 = 80$  м. Като се предвиди 1 м за врата, се получава, че е необходима телена мрежа  $80 - 1 = 79$  м.

**5 зад.** Отг. сряда

**6 зад.** 2 (две), 3 (три), 5 (пет), 100 (сто), откъдето получаваме  $2+3+5+100=110$ .

**7 зад** Квадратите с размери  $1 \times 1$  са  $4 \cdot 3 = 12$ , тези с размери  $2 \times 2$  са  $3 \cdot 2 = 6$ , а с размери  $3 \times 3$  са 2, така че общо квадратите на чертежа  $12 + 6 + 2 = 20$ .

**8 зад.** Според условието цената на топката е четно число, което е по-голямо от  $4 \cdot 9 = 36$  и е по-малко от  $4 \cdot 10 = 40$ . Следователно цената на топката е 38 лв., а всеки от четиримата трябва да даде по 9 лв. и 50 ст.

**9 зад.** От условието е ясно, че Митко е тръгнал за училище точно в 7 часа. Тогава малката стрелка на часовника е показвала числото 7, а голямата - 12. Когато Митко се върнал вкъщи, малката стрелка е показвала 12, а голямата - 7, т.е. 11 часа 35 минути. Така че Митко е бил извън къщи 4 часа и 35 минути, т.е. общо  $4 \cdot 60 + 35 = 275$  минути.

**10 зад.** Обиколката на квадрата е  $3 \cdot 4 = 12$  см, а страната му е  $12 : 4 = 3$  см./5 точки/ Тогава ширината на правоъгълника е  $3 + 2 = 5$  см./2 точки/ Обиколката на правоъгълника е  $4 \text{ дм} - 12 \text{ см} = 40 \text{ см} - 12 \text{ см} = 28 \text{ см}$ . /5 точки/ Търсената дължина ще получим като разделим  $28 - 2 \cdot 5$  на 2, т.е. дължината на правоъгълника е 9 см./3 точки/

**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.**  
**4 клас**

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**1 зад.** Да се пресметне  $(A \cdot (C - 2 \cdot B) + 21.9) : 4$ , като **A** се замести с най-голямото едноцифрено число, **B** се замести с най-малкото двуцифрено число, което не се дели на 2, а **C** се замени с най-малкото трицифрено нечетно число.

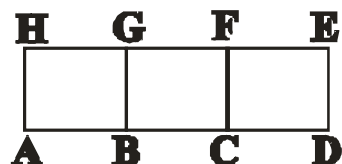
а) 312 б) 23456 в) 225 г) друг отговор

**2 зад.** Ученик с номер 1 в клас изработил две играчки за коледната елха, ученик с номер 2 изработил три играчки, номер 3 направил пет играчки, номер 4 – осем играчки, номер 5 – дванадесет играчки, номер 6 – седемнадесет играчки. Определете колко играчки е изработил номер 8?

а) 40 б) 30 в) 29 г) друг отговор

**3 зад.** Иво, Асен и Илия пътуват с различни превозни средства. За два часа Иво изминал 480 км. Асен се движил два пъти по-бавно от Иво. Илия пътувал осем часа и изминал с 160 км по-малко от Иво. Кой от тях може да е пътувал с велосипед?

а) Илия б) Асен в) Илия и Иво г) друг отговор



**4 зад.** На чертежа са означени пътищата между кръстовищата А, В, С, D, Е, F, G, H. Всеки правоъгълник представлява правоъгълен маршрут. Виктор изминал всички правоъгълни маршрути по веднъж в произволен ред и установил, че е извървял 32 км. Да се намери дължината на най-дългия маршрут, ако разстоянията между всеки две кръстовища са равни.

а) 32 б) 10 в) 8 г) друг отговор

**5 зад.** Двама ученика се затруднявали с правописа на няколко думи. За да ги научи първият ученик ги написал 13 пъти, вторият 5 пъти. Оказало се, че първият ученик е написал 936 думи повече от втория. Правописа на колко думи не са знаели учениците?

а) 234 б) 52 в) 117 г) друг отговор

**6 зад.** Сборът на две числа е 474. Последната цифра на първото число е 1. Ако я задраскаме ще получим второто число. Кои са числата?

а) 341 и 43 б) 341 и 34 в) 412 и 42 г) друг отговор

**7 зад.** В работилницата на Дядо Коледа на всеки три минути се изработват по 12 подаръка, а на всеки две минути се опаковат по шест от вече изработените подаръци. Една сутрин, преди да започнат работа, в работилницата имало 30 готови неопаковани подаръка и нито един опакован. В 9.00 часа започнали работа. Колко са били изработените и неопаковани подаръци в 9.30 мин.

а) 70 б) 30 в) 60 г) друг отговор

**8 зад.** Героите от любимата компютърна игра на Васко говорят на езика “СИКОНО”. Васко започнал да си прави речник за да научи този език. Ето част от речника му: пеят → LAK\_IT, задача → MON, решават → ZEN\_IT, пея → LAK, книги → RID\_IT, книга → RID

Как се превежда на езика “СИКОНО” изразът “РЕШАВАМ ЗАДАЧИ” ?

а) ZEN\_IT MON б) ZEN\_IT MON\_IT в) ZEN MON\_IT г) друг отговор

**9 зад** Разстоянията между градовете А и Б е толкова, колкото е най-голямото нечетно двуцифрено число. Лек автомобил тръгнал от град А в 7 часа и 15 минути. След като пристигнал в град Б шофьорът почивал толкова минути колкото е най-малкото четно двуцифрено число и потеглил обратно за град А. В колко часа е пристигнал в град А, ако за 1 час изминава 66 км.

а) 10 часа и 25 минути б) 10 часа и 15 минути в) 8 часа и 45 минути г) друг отговор

**10 зад.** В продължение на една седмица, всеки ден след учебните занятия, учениците от IVа клас правили репетиции за коледното тържество в продължение на 1ч. 30мин. Учениците от IVб клас също репетирани, но по 105мин. на ден и пропуснали четвъртък. Броят на репетициите на IVв клас бил два пъти по-малък от този на IVб, а продължителността им по 12900сек. Кой клас е репетирал най-много време през седмицата?

**Отговори:** 1в); 2б); 3а); 4в); 5в); 6г) 431 и 43; 7в); 8в); 9а);

### **Кратки решения на задачите за 4 клас**

**1 зад.**  $A=9, B=11, C=101$ , изразът  $(9(101 - 2.11) + 21.9):4$  е равен на 225.

**2 зад.** За учениците с номера 2, 3, 4, 5, 6, ... броят на играчките се получава като към играчките, изработени от ученика с предходния номер, се прибавят последователно числата 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... По този начин номер 7 ще изработи 23 играчки, а номер 8 - 30 играчки.

**3 зад.** Скоростта на Иво –  $480:2 = 240$  мк/ч, скоростта на Асен  $\rightarrow 240:2 = 120$  мк/ч, пътят изминат от Илия  $\rightarrow 480 - 160 = 320$  км., скоростта на Илия  $\rightarrow 320:8 = 40$  мк/ч. Само скоростта на Илия е възможно да се достигне с велосипед.

**4 зад.** Ако означим страната на едното квадратче с  $x$ , то има три квадратчета сас страна  $x$ ; два правоъгълника сас страни  $x$  и  $2x$  и един правоъгълник сас страни  $x$  и  $3x$ . Пътят на всичките правоъгълни маршрути е  $32x$ . От  $32x=32$  намираме  $x=1$ . Дължината на най-дългия маршрут е 8.

**5 зад.** Ако броят на думите е  $x$ , то първият ученик е написал  $13x$  думи, а вторият -  $5x$  думи. Тогава  $18x-5x = 936$  и  $x = 117$ .

**6 зад.** Ако числата са  $AB1$  и  $AB$ , то  $AB1 + AB = 474$ , откъдето  $A = 4, B = 3$ , а числата са 431 и 43.

**7 зад.** Щом на всеки три минути се изработват по 12 подаръка, то за 30 минути са изработени 120 подаръка. На всеки 2 минути се опаковат по 6 подаръка, следователно за 30 минути са опаковани 90 подаръка. От изработените 120 подаръка са останали неопаковани 30 подаръка. В работилницата е имало и 30 неопаковани подаръка отпреди да започнат работа, следователно в 9 часа и 30 минути неопакованите подаръци са били 60.

**8 зад.** От **пeят**  $\rightarrow$  **LAK\_IT**, **решават**  $\rightarrow$  **ZEN\_IT**, **книги**  $\rightarrow$  **RID\_IT** следва, че **IT** е за образуване на множествено число. От **задача**  $\rightarrow$  **MON** и направения извод следва, че **задачи** се превежда като **MON\_IT**, а от **решават**  $\rightarrow$  **ZEN\_IT** следва, че единственото число на глагола е **ZEN**. Окончателният превод е **ZEN MON\_IT**.

**9 зад.** 99км за 1час и 30минути. Пътува общо 3часа, почива 10 минути, пристига в А в 10часа и 25минути.

**10 зад.** IVа клас  $\rightarrow 5.90 = 450$ мин репетиции за седмицата, IVб клас  $\rightarrow 4.105 = 420$ мин репетиции за седмицата, IVв клас  $\rightarrow 12900:60 = 215$ мин репетиции на ден и  $2.215 = 430$ мин репетиции за седмицата.



# КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.

## 5 клас

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**Зад 1.** Колко цели числа има между 20,06 и 200,7

- а) 180                      б) 181                      в) 182                      г) друг отговор

**Зад 2.** Стойността на израза  $6,25 - 1,25 \cdot 4 + 0,8016 : 40$  е

- а) 20,02004              б) 5,02004              в) 1,27004              г) друг отговор.

**Зад 3.** Ако  $x : 0,18 = 5 \cdot 2,9 + 0,1$ , то  $x$  е

- а) 2,628                      б) 2,7                      в) 14,28                      г) друг отговор

**Зад 4.** За номериране на страниците на една книга са използвани 2007 цифри. Колко листа има книгата, ако номерацията започва от първа страница?

- а) 705                      б) 352                      в) 606                      г) друг отговор.

**Зад 5.** Ако 1 инч е равен на 2,54 см, на колко инча са равни 38,1 см.

- а) 12                      б) 15                      в) 16                      г) друг отговор.

**Зад 6.** Учениците от 5<sup>а</sup> клас провеждат допълнителният час по физкультура в букова гора. Едно нормално буково дърво произвежда 1,7 кг кислород за един час. Ако се знае, че едно дете консумира 700 грама кислород на час, то колко най – малко букови дървета са необходими, за да осигурят кислород за 26 ученика в продължение на един час?

- а) 10                      б) 9                      в) 8                      г) друг отговор.

**Зад 7.** На Георги му върви на дати, които се записват с цифри със сбор 22 (например 29.12.2006;  $2+9+1+2+2+0+0+6=22$ ). Колко такива дати ще има през 2007 година?

- а) 30                      б) 29                      в) 24                      г) друг отговор

**Зад 8.** Будилник изостава с по 6 минути на денонощие. Ако е сверен в 8 часа /сутринта/ на 09. 12. 2006 г., колко ще показва в момента на настъпването на 2007 година.

- а) 21 ч 50 мин      б) 21 ч 54 мин      в) 21 ч 44 мин      г) друг отговор.

**Зад 9.** В понеделник Ангел е решил 3 задачи повече, отколкото във вторник, а във вторник 12 задачи по-малко, отколкото в понеделник и сряда, взети заедно. Решените задачи в сряда са:

- а) не може да се определи      б) 15                      в) 9                      г) друг отговор

**Зад.10.** Градовете Русе и Видин са разположени на брега на р. Дунав съответно на 495 км и 855 км от устието на реката (мястото, където реката се влива в морето). Едновременно от двете пристанища тръгват един срещу друг два парахода, които имат една и съща скорост в спокойна вода – 49 км/ч., а скоростта на течението е 4 км/ч.

а) Какво ще бъде разстоянието между тях след 1,5 часа от тръгването им?

б) Когато параходът от Русе бъде на средата на пътя между Русе и Видин, какво ще бъде разстоянието между парахода от Видин и устието на реката?

## Решения 5 клас

Отговори: 1а 2в 3а 4г 353 5б 6г 11 7г 23 8в 9в 10 а/ 213 км б/ 643 км

## Решения

**Зад 1.**  $200 - 20 = 180$  е броя на целите числа

**Зад 2.**  $6,25 - 1,25 \cdot 4 + 0,8016 : 40 = 6,25 - 5 + 0,02004 = 1,25 + 0,02004 = 1,27004$

**Зад 3.**  $x : 0,18 = 5 \cdot 2,9 + 0,1$      $x : 0,18 = 14,5 + 0,1$  ;     $x : 0,18 = 14,6$  ;     $x = 14,6 \cdot 0,18$  ;     $x = 2,628$

**Зад.4.** За номерирането на страниците с едноцифрени и двуцифрени числа са необходими 189 цифри /  $9 + 2 \cdot 90 = 189$  цифри/ За трицифрените числа остават  $2007 - 189 = 1818$  цифри. С 1818 цифри могат да се номерират с три цифри  $1818 : 3 = 606$  страници. Следователно са номерирани  $99 + 606 = 705$  страници. Всеки лист има по 2 страници.  $705 : 2 = 352$  /остатък 1/. Следователно са номерирани 353 листа/ На последния лист е номериран само едната страница. Т.е. книгата съдържа 353 листа.

**Зад 5.**  $38,1 : 2,54 = 15$  инча

**Зад 6.**  $26 \cdot 0,7 = 18,2$  кг са необходими за учениците  $18,2 : 1,7 = 10,7$  т.е. са необходими 11 букови дървета .

**Зад 7.** През месец януари няма такава дата. През месец февруари няма такава дата / 29.02. е няма през 2007 година/ През месец март са -2 дати /19.03.2007 и 28.03.2007/. Останалите дати са 09.04.2007; 18.04.2007; 27.04.2007; 08.05.2007; 17.05.2007; 26.05.2007; 07.06.2007; 16.06.2007; 25.06.2006; 06.07.2007; 15.07.2007; 24.07.2007; 05.08.2007; 14.08.2007; 23.08.2007; 4.09.2007; 13.09.2007; 22.09.2007; 29.11.2007; 19.12.2007; 28.12.2007. Следователно са 23 дни.

**Зад .8.** От 8 часа на 9 декември до 8 часа на 31 декември са 22 денонощия. През тези денонощия будилника ще закъснее  $22 \cdot 6 = 132$  минути. На всеки 4 часа будилника закъснява по една минута. От 8 часа на 31 XII до 24 часа на 31 XII са 16 часа, за това време будилника ще закъснее 4 минути. Следователно будилника ще закъснее 136 минути.  $136 = 2$  часа и 16 минути .  $24 - 2\text{ч } 16\text{ мин} = 21\text{ ч } 44\text{ минути}$

**Зад . 9** Нека във вторник Ангел е решавал  $x$  задачи, то в понеделник е решил  $x + 3$  задачи, а в сряда  $y$  задачи. От условието  $x + 12 = x + 3 + y$  то  $y = 9$

**Зад. 10.** Нека РМ и ВМ са съответно разстоянията от гр. Русе и гр. Видин до устието на реката. Парахода от Русе се движи срещу течението , следователно скоростта е  $49 - 4 = 45$  км/ч, а парахода от Видин се движи по течението , то скоростта е  $49 + 4 = 53$  км/ч.  
а/ За 1,5 часа , парахода от Русе ще измине ,  $1,5 \cdot 45 = 67,5$  км. а парахода от Видин ще измине  $1,5 \cdot 53 = 79,5$  км. Двата парахода за 1,5 часа ще изминат  $67,5 + 79,5 = 147$  км от разстоянието между Русе и Видин, което е  $855 - 495 = 360$  км.  $360 - 147 = 213$  км е разстоянието между тях след 1,5 часа от тръгването им.  
б/ От Видин до устието на реката са 855 км ,а от Русе до средата на пътя са 180 км. До средата на пътя парахода от Русе ще пътува  $180 : 45 = 4$  часа от тръгването. Следователно за 4 часа парахода от Видин ще измине  $53 \cdot 4 = 212$  км.. Следователно до устието остават още  $855 - 212 = 643$  км.

## 6 клас

от останалите, второто – 2 курабийки и  $\frac{1}{10}$  от останалите, третото – 3 курабийки и  $\frac{1}{10}$  от останалите и т.н. Накрая всички получили по еднакъв брой курабийки. По колко курабийки е получило всяко дете?

# ОТГОВОРИ ЗА 6 КЛАС

**Отговори: 1г -14; 2б; 3а; 4а; 5г 25 зайци и 13 кокошкин 6б; 7б; 8в; 9в;**

**РЕШЕНИЯ:**

**1зад.** Нека числата са  $x, x+2, x+4$ . Тогава от условието следва  $\frac{x+x+2+x+4}{3} = -12$ , от където намираме  $x = -14$ . **Отг. г -14**

**2зад.** Ако означим всички играчки с  $x$ , получаваме  $\frac{7}{9} \cdot \frac{75}{100} \cdot x = 2 \cdot 14 \Rightarrow x = 48$ . **Отг. б 48.**

**3зад.**  $70\% \text{ от } (7y - x) = x - 7y$ , от където  $\frac{70}{100}(7y - x) = x - 7y \Rightarrow 119y = 17x$ . Тогава  $\frac{y}{x} = \frac{1}{7}$ . **Отг. а  $\frac{1}{7}$**

**4зад.** След като решим уравнението  $\frac{x}{\left(-7\frac{3}{7}\right)} + 9,12 : (-5,7) = -8,6$  получаваме  $x = -13$ . Заместваме

в  $A$  и получаваме  $A = -\left|-13 \cdot \frac{1}{13} - \frac{13}{13}\right| + \frac{13}{13} - 1 = -2$ . **Отг. а -2**

**5зад.** Нека зайците са  $a$  на брой, а кокошките са  $b$  на брой. Тогава главите са  $a+b=35$ , за краката получаваме  $4 \cdot a + 2 \cdot b = 94$ , т.е.  $2 \cdot a + b = 47$  или  $a + a + b = 47$ . Но щом  $a+b=35$ , то  $a+35=47$ , от където получаваме, че зайците са 12, следователно кокошките са 23. **Отг. г) 12 зайци и 23 кокошки**

**6зад.** Нека  $a_1$  и  $h_1$  са страната и височината към нея на получения триъгълник. От условието следва, че  $a_1 = a + \frac{20}{100}a = \frac{6}{5}a$  и  $h_1 = h - \frac{20}{100}h = \frac{4}{5}h$ , където  $a$  и  $h$  са страната и височината към нея на дадения триъгълник. Тогава  $S_1 = \frac{1}{2}a_1 \cdot h_1 = \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{24}{25} \cdot S$ , т.е. лицето на получения триъгълник е  $\frac{24}{25}$  от

лицето на дадения. **Отг. б  $\frac{24}{25}$  от  $S$**

**7зад.**

	1 трактор	2 трактор	3 трактор
за един ден	$\frac{1}{5}$ от цялата нива	$\frac{1}{8}$ от цялата нива	$\frac{1}{10}$ от цялата нива
за два дни	$\frac{2}{5}$ от цялата нива	$\frac{2}{8}$ от цялата нива	$\frac{2}{10}$ от цялата нива

Заедно изорават за два дни  $\frac{2}{5} + \frac{2}{8} + \frac{2}{10} = \frac{17}{20}$  от цялата нива,

следователно остават неизорани  $\frac{3}{20}$  от нивата. **Отг. б  $\frac{3}{20}$**

**8зад.** Ако означим лицето на успоредника  $ABCD$  с  $S$ , то  $S_{APD} = S_{PBC} = \frac{S}{4}$ . Тогава  $S_{PCD} = \frac{S}{2}$ , от където  $S_{DKP} = \frac{3}{4}S_{PCD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{S}{2} = \frac{3S}{8}$ . Следователно лицето на  $\triangle DKP$  е  $\frac{3}{8}$  от лицето на успоредника. **Отг. в  $\frac{3}{8}$**

**9зад.** Ако с  $x$  означим целия път, то  $\frac{5}{7}x + 18 + \frac{55}{100}x - 55 = x$ , от където намираме  $x = 140\text{км}$ .

**Отг. в 140км**

**10зад.** Нека означим с  $x$  всичките курабийки. Тогава първото дете взело  $1 + \frac{x-1}{10} = \frac{9+x}{10}$  курабийки.

Второто дете взело  $2 + \frac{1}{10} \left( x - \frac{9+x}{10} - 2 \right) = \frac{9x+171}{100}$  курабийки. Но по условие всички деца получили

равен брой курабийки, следователно  $\frac{9+x}{10} = \frac{9x+171}{100}$ , от където получаваме, че всички курабийки са 81. Следователно всяко дете е получило по 9 курабийки. **Отг. 9 курабийки**

# КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.

7 клас

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**Зад 1.** Колко процента от 125 лева са 10% от 1000лв?

- а) 25      б) 75      в) 80      г) друг отговор

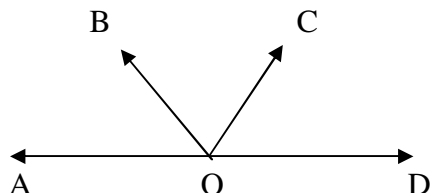
**Зад 2.** Сравнете по големина числата  $a = \frac{2005}{2004}$ ,  $b = \frac{2006}{2005}$  и  $c = \frac{2007}{2006}$ .

- а)  $a < b < c$       б)  $a > b > c$       в)  $a > c > b$       г) друг отговор

**Зад 3.** Група работници нарязали релса, тежка 10 тона, на 13 равни части. Най-малко с колко камиона ще ги превозят, ако един камион може да вози до 3 тона?

- а) 3      б) 4      в) 5      г) друг отговор

**Зад 4.** Продавач на DVD продава 1 диск за 5лв, а 3 диска за 10лв. От всеки купувач той получава една и съща печалба. На каква цена той купува на едро дисковете?



- а) 4лв      б) 3лв      в) 2лв и 50ст      г) друг отговор

**Зад 5.** На чертежа  $\angle AOC : \angle BOD = 7 : 8$  и  $\angle BOC = 60^\circ$ .

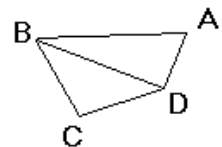
Тогава  $\angle AOB$  е равен на:

- а)  $68^\circ$       б)  $60^\circ$       в)  $75^\circ$       г) друг отговор

**Зад 6.** Броят на естествените числа, които са решения на

неравенството  $\frac{x}{-3} - \frac{1-2x}{2} \leq 5$  е равен на:

- а) 7      б) 8      в) 9      г) друг отговор



**Зад 7.** В Триъгълника ABC точка E е средата на медианата CD, а точката F е средата на отсечката AE. Ако лицето на триъгълника AFC е  $10\text{cm}^2$ , то лицето на триъгълника ABC е равно на:

- а)  $40\text{cm}^2$       б)  $60\text{cm}^2$       в)  $80\text{cm}^2$       г) друг отговор

**Зад 8.** Четири села са свързани с пътища по посочения начин. Знаем, че по маршрута A-B-C има общо 10 дупки, по B-C-D – 10 дупки, по A-B-D – 22 дупки, а по A-D-B – 43 дупки. Да се определи маршрут с най-малък брой дупки, по който да стигнем от A до D.

- а) A-D      б) A-C-D      в) A-B-D      г) друг отговор

**Зад 9.** Ако  $a*b = a.b - a$  и  $3*x + x*2 = 5$ , то x е равно на:

- а) 1      б) 2      в) 3      г) друг отговор

**Зад 10** Тошо и Гошо живеят в един и същи блок и учат в съседното училище. Тошо изминава половината от пътя до училището със скорост 5км/ч, а другата половина – със скорост 4км/ч. Гошо се движи половината от времето със скорост 5км/ч, а другата половина – със скорост 4км/ч. Ако единият от тях се е движил 3 секунди повече от другия, намерете разстоянието от блока до училището.

1в; 2б;3в; 4в; 5г-52<sup>0</sup>; 6б; 7в; 8г-А-В-С-Д; 9б

# ОТГОВОРИ И РЕШЕНИЯ:

**ЗАД 1.** 10% от 1000 е 100, а  $100:125 = 0,8$  или 80%

**ЗАД 2.** Тъй като  $a=1+1/2004$   $b=1+1/2005$  и  $c=1+1/2006$  то  $a>b>c$

**ЗАД 3.** Очевидно не може да стане с 3 камиона тъй като  $3.3<10$ .

Очакваният отговор 4 камиона също не е верен защото на един камион може да се натоварят най-много 3 части:  $3.10/13 < 3$   $4.10/13 > 3$  и  $13=4.3+1$

**ЗАД 4.** Ако означим цената с  $x$ , получаваме уравнението  $5-x = 10-3x$  или  $x=2,5$

**ЗАД 5.**  $\angle AOC=7x$ , а  $\angle BOD=8x$ . Тогава  $7x+8x-60^0=180$  и  $x=16^0$   **$\angle AOB=52^0$**

**ЗАД 6.** След преобразуване се получава  $4x \leq 33$

**ЗАД 7.** Тъсеноото лице е 8 пъти по-голямо

**ЗАД 8.** Ако бележим  $AB$  с  $x$ ,  $BC$  с  $y$ ,  $CD$  с  $z$ ,  $AD$  с  $d$  и  $BD$  с  $e$ , то  $x+y=10$  и  $y+z=10$

$A-B-C-D = x+y+z \leq 20$   $A-B-D = 22$   $x+e=22$   $d+e=43$   $AD=21+x$  **A-B-C-D**

**ЗАД 9**  $3*x=3x-3$ , а  $x*2=x.2-x$  получаваме  $4x-3=5$  и  $x=2$

**ЗАД 10.**  $T_1=S/2:5+S/2:4$   $T_1=9/40S$  5точки

$T_1/2=S/9$   $T_1=2S/9$  5точки

$9S/40-2S/9=3/3600 \Rightarrow 10S=3 \Rightarrow S=0,3km$  5точки

**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.****8 клас****Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**1 зад.** Да се намерят  $\angle A$  и  $\angle C$  на  $\triangle ABC$ , ако  $\angle B = 70^\circ$  и ъглополовящата на външен ъгъл на триъгълника при върха С образува с лъча АВ ъгъл  $20^\circ$ .

- а)  $30^\circ, 80^\circ$ ;      б)  $40^\circ, 70^\circ$ ;      в)  $50^\circ, 60^\circ$ ;      г) друг отговор

**2 зад.** Намерете А от равенството:  $\frac{a-b}{a^6-b^6} \cdot (a^2-b^2) = \frac{A}{a^4+a^2b^2+b^4} : (a+b)$ .

- а) 1;      б)  $a^2 + b^2$ ;      в)  $a^2 - b^2$ ;      г) друг отговор

**3 зад.** Даден е равнобедрен  $\triangle ABC$  с бедра АС и ВС, равни на 12 см. В триъгълника е вписан успоредник така, че един от ъглите му съвпада с  $\angle C$ . Намерете периметъра на успоредника.

- а) 28 см;      б) 24 см;      в) 18 см;      г) друг отговор

**4 зад.** Приведете в нормален вид израза:  $(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$ .

- а)  $x^8 - x^4 - 1$ ;      б)  $x^8 - 1$ ;      в)  $x^8 + x^4 + 1$ ;      г) друг отговор

**5 зад.** Ъглополовящата на един от ъглите на успоредник го разделя на две фигури, чийто периметри се различават с 2 см. Ако периметърът на успоредника е 26 см, намерете дължината на по-голямата страна на успоредника.

- а) 3 см;      б) 4 см;      в) 5 см;      г) друг отговор

**6 зад.** Намерете сбора на естествените числа, които са общи решения на неравенствата:

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-10}{3} > 2x-9 \quad \text{и} \quad \frac{x-5}{3} - 2x < x-9$$

- а) 10;      б) 14;      в) 2;      г) друг отговор

**7 зад.** Височината на равнобедрен трапец е равна на половината от разликата на основите му. Намерете ъгъла, заключен между продължението на бедрата му.

- а)  $90^\circ$ ;      б)  $60^\circ$ ;      в)  $80^\circ$ ;      г) друг отговор

**8 зад.** Решете уравнението  $(2x-a)(2a-x) = (ax-1)(a+x) + ax^2 + 1$ , ако се знае, че е от първа степен.

- а) 1;      б) 2;      в) - 1;      г) друг отговор

**9 зад.** Да се определи най-малката стойност на израза  $x^2 + 2xy + 2y^2 + 2x + 4y + 3$ .

- а) 1;      б) 2;      в) 3;      г) друг отговор

**10 зад.** Да се намери петцифрено число, което е два пъти по голямо от произведението на числата, образувани от първите две цифри и от последните три цифри на петцифреното число (подредени в същия ред).



## Решения 8 клас

**Отговори:** 1а; 2в; 3б; 4в; 5г–7 см; 6в; 7а; 8г  $-\frac{4}{5}$ ; 9а.

### Решения:

**1 зад.** Ъглополовящата на външния ъгъл при върха С пресича АВ в точка М, като  $\angle AMC = 20^\circ$ . Тогава  $\angle CBM = 110^\circ$  и  $\angle BCM = 50^\circ$ , откъдето външният ъгъл при върха С е равен на  $100^\circ$  и  $\Rightarrow \angle C = 80^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$

**2 зад.** 
$$\frac{a-b}{a^6-b^6} \cdot (a^2-b^2) = \frac{A}{a^4+a^2b^2+b^4} : (a+b) \quad A = \frac{a-b}{a^6-b^6} \cdot (a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)(a+b) =$$
  

$$\frac{(a-b)(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)(a+b)}{(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)} = a^2-b^2$$

**3 зад.** Дължината на бедрото на триъгълника е равна на сбора на две съседни страни на успоредника, следователно периметърът на успоредника е равен на 24 см.

**4 зад.**

$$(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)(x^2+x+1) = (x^2+1-x)(x^4-x^2+1)(x^2+1+x) = [(x^2+1)^2 - x^2](x^4-x^2+1) =$$

$$(x^4+2x^2+1-x^2)(x^4-x^2+1) = (x^4+x^2+1)(x^4-x^2+1) = (x^4+1)^2 - (x^2)^2 = x^8+2x^4+1-x^4 = x^8+x^4+1$$

**5 зад.** Нека голямата страна на успоредника ABCD  $AB=CD=b$ , а малката  $AD=BC=a$ . Тогава  $2a+2b=26 \Rightarrow a+b=13$  см. Ъглополовящата на  $\angle A$  пресича CD в точка М, като разделя успоредника на триъгълник AMD и четириъгълник ABCM. Тогава  $P_{AMD} = a+a+AM$ ,  $P_{ABCM} = a+b+b-a+AM$  и  $P_{AMD} + 2 = P_{ABCM} \Rightarrow a+a+AM+2 = a+b+b-a+AM \Rightarrow 2a+2=2b \Rightarrow 2b=14 \Rightarrow b=7$  см

**6 зад.**  $x < 7$  и  $x > 2,75 \Rightarrow 3+4+5+6=18$

**7 зад.** Нека е даден равнобедрен трапец ABCD с голяма основа  $AB=a$ ,  $CD=b$ , като височината  $DH = \frac{a-b}{2}$ . Но  $AH = \frac{a-b}{2}$  (понеже трапецът е равнобедрен). Тогава  $\triangle AHD$  е равнобедрен правоъгълен  $\angle A = 45^\circ$  и  $\angle ADH = 45^\circ \Rightarrow \angle B = 45^\circ$ , откъдето търсеният ъгъл е равен на  $90^\circ$ .

**8 зад.** Разкриваме скобите и преобразуваме:

$$4ax - 2a^2 - 2x^2 + ax = a^2x - a + ax^2 - x + ax^2 + 1 \Rightarrow -2(a+1)x^2 + 5ax + x - 2a^2 + a - 1 - a^2x = 0 \quad \text{Понеже}$$

$$\text{уравнението е от първа степен} \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1. \text{ Заместваме: } -5x-4=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{5}$$

**9 зад.**  $x^2+2xy+2y^2+2x+4y+3 = (x+y+1)^2 + (y+1)^2 + 1 \Rightarrow$  при  $y=-1$  и  $x=0$  стойността на израза е най-малка, като е равна на 1.

**10 зад.** Нека числото е  $\overline{abcde}$ . Тогава  $\overline{abcde} = 2\overline{ab.cde} \Rightarrow 1000.\overline{ab} + \overline{cde} = 2\overline{ab.cde} \Rightarrow$   
 $1000.\overline{ab} = (2.\overline{ab}-1)\overline{cde}$ .  $2.\overline{ab}-1$  дели  $1000.\overline{ab} = 500.2.\overline{ab}$   $2.\overline{ab}$  и  $2.\overline{ab}-1$  са взаимно прости  $\Rightarrow$   
 $2.\overline{ab}-1$  дели 500  $\Rightarrow 2.\overline{ab}-1$  е 25 или 125  $\Rightarrow \overline{ab}=13$  или  $\overline{ab}=63$ .  
 От  $1000.\overline{ab} = (2.\overline{ab}-1)\overline{cde} \Rightarrow 13000 = 25.\overline{cde} \Rightarrow \overline{cde}=520 \Rightarrow \overline{abcde}=13520$   
 $63000 = 125.\overline{cde} \Rightarrow \overline{cde}=504 \Rightarrow \overline{abcde}=63504$

# КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

**Зад 1.** Равнобедрен трапец  $ABCD$  е описан около окръжност и бедрото  $BC = 13\text{см}$ . На колко е равна средната основа на трапеца?

- а) 10;                      б) 15;                      в) 13;                      г) друг отговор.

**Зад 2.** Коя дроб е тъждествено равна на израза  $A = \left( \frac{x}{x^2 - 2x + 1} - \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} \right) : \frac{x}{1-x^2}$ ;

- а)  $\frac{3x+1}{1+x}$ ;                      б)  $\frac{3x-1}{x-1}$ ;                      в)  $\frac{3x+2}{1-x}$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 3.** Иван и Петър се подготвят за коледно математическо състезание. Ако решават заедно задачите за подготовката, ще ги решат за 12 дни. За колко дни всеки сам може да реши определените задачи, ако за 1 ден Петър решава 50% от задачите, които Иван решава за 3 дни?

- а) 25 и 35;                      б) 25 и 30;                      в) 30 и 20;                      г) друг отговор.

**Зад 4.** Да се сравнят изразите  $A$  и  $B$ , където  $A = \sqrt{63} + (2 - \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{17^2 - 8^2} - \sqrt{(-2)^6}$  и  $B = 2\sqrt{41}$ ;

- а)  $A < B$ ;                      б)  $A = B$ ;                      в)  $A \leq B$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 5.** Ако  $a \nabla b = a + \frac{ab}{a-b}$ , то колко е стойността на  $a \nabla (b \nabla a)$ ;

- а)  $\frac{a^3 - a^2b}{a^2 - ab + b^2}$ ;                      б)  $\frac{a^2 - ab}{a^2 + ab + b^2}$ ;                      в)  $\frac{a^2b - a}{ab}$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 6.** Даден е  $\triangle ABC$  със среди на страните  $AB$  - точка  $C_1$ , на  $AC$  - т.  $B_1$ ,  $BC$  - т.  $A_1$ . Ако  $\overrightarrow{CA_1} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB_1} = \vec{b}$ , то на колко е равен  $\overrightarrow{C_1M}$ , където  $M$  е медицентър на триъгълника:

- а)  $\frac{2}{3}(\vec{a} + \vec{b})$ ;                      б)  $-\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$ ;                      в)  $\frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b})$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 7.** Дядо Коледа е възложил на 2 джуджета всяко от тях да направи определен брой подаръци. Ако I направи 50% от заявката си, а II – 55% от своята, то те ще направят общо 265 подаръка. Ако I направи 55% от заявката си, а II – 50% от своята, то те ще направят общо 260 подаръка. Колко подаръка е трябвало да направи II джудже само?

- а) 280;                      б) 250;                      в) 300;                      г) друг отговор.

**Зад 8.** В  $\triangle ABC$  отсечката  $BL$  е ъглополовяща (т.  $L \in AC$ ). Описаната около  $\triangle BLC$  окръжност пресича страната  $AB$  в т.  $P$ , а описаната около  $\triangle ABL$  окръжност пресича страната  $BC$  в т.  $Q$ . Ако  $\angle LBQ = 35^\circ$  и  $\angle LQC = 60^\circ$ , то на колко ще е равен  $\angle APL$ ?

- а)  $50^\circ$ ;                      б)  $60^\circ$ ;                      в)  $70^\circ$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 9.** Да се определят стойностите на параметъра  $m$ , за който корените на уравнението

$x^2 - (2m-3)x + 2 = 0$  са реални и удовлетворяват условието  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 1$ ;

- а)  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{5}{2}$ ;                      б)  $\frac{1}{2}$  и  $-\frac{5}{2}$ ;                      в)  $\frac{1}{4}$  и  $-5$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 10.** Правоъгълникът  $ABCD$  е разделен на 3 еднакви квадрата чрез отсечките  $MN$  и  $PQ$  ( $M$  и  $P \in AB$ ,  $N$  и  $Q \in CD$ ). Да се пресметне градусната мярка на  $\angle AMD + \angle AQD + \angle ACD = ?$

## Отговори 9 клас

**Отговори:** 1-в; 2-г  $\frac{3x-1}{1-x}$  ; 3-в; 4-г  $A > B$ ; 5-а; 6-б; 7-в; 8-а; 9-г  $-\frac{1}{2}$  .

**Решения :**

Задача 1.  $ABCD$  описан около  $\kappa \Rightarrow AB + CD = AD + BC$  ,  $BC = AD = 13\text{cm}$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{1}{2} \cdot 26 = 13\text{cm}$$

Задача 2. 
$$A = \left( \frac{x}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right) : \frac{x}{(1-x)(1+x)} = \frac{x(x+1) + (x-1)(x+1) + (x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} =$$

$$= \frac{x^2 + x + x^2 - 1 + x^2 - 2x + 1}{x-1} \cdot \left( -\frac{1}{x} \right) = \frac{3x^2 - x}{x-1} \cdot \left( -\frac{1}{x} \right) = \frac{x(3x-1)}{x-1} \cdot \left( -\frac{1}{x} \right) = \frac{3x-1}{1-x}$$

Задача 3.  $x$ - дните на Иван  $\Rightarrow$  за 1 ден -  $\frac{1}{x}$  от задачите. Петър за 1 ден 50% от  $3 \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{x}$

$$\Rightarrow 12 \cdot \frac{1}{x} + 12 \cdot \frac{3}{x} = 1 \Rightarrow x = 30$$

Петър  $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$  за 1 ден  $\Rightarrow$  за 20 дни са решени задачите от Петър.

Задача 4.  $A = \sqrt{9 \cdot 7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{7^2} + \sqrt{(17-8)(17+8)} - \sqrt{2^6} = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 7 + \sqrt{9 \cdot 25} - 2^3 = 5\sqrt{7} - 7 + 3 \cdot 5 - 8 =$

$$= 5\sqrt{7} = \sqrt{25 \cdot 7} = \sqrt{175} ; \quad B = 2\sqrt{41} = \sqrt{4 \cdot 41} = \sqrt{164} ; \quad 164 < 175 \Rightarrow A > B.$$

Задача 5. 
$$b \nabla a = b + \frac{ba}{b-a} = \frac{b^2 - ab + ab}{b-a} = \frac{b^2}{b-a} ; \quad a \nabla (b \nabla a) = a + \frac{a \cdot \frac{b^2}{b-a}}{a - \frac{b^2}{b-a}} = a + \frac{a \cdot \frac{b^2}{b-a}}{\frac{ab - a^2 - b^2}{b-a}} =$$

$$= a + \frac{ab^2}{ab - a^2 - b^2} = \frac{a^2b - a^3 - ab^2 + ab^2}{ab - a^2 - b^2} = \frac{-(a^3 - a^2b)}{-(a^2 - ab + b^2)} = \frac{a^3 - a^2b}{a^2 - ab + b^2} .$$

Задача 6.  $\overrightarrow{CB} = 2\vec{a}; \overrightarrow{CA} = 2\vec{b}; \overrightarrow{CC_1} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}(2\vec{a} + 2\vec{b}) = \vec{a} + \vec{b} ; \quad \overrightarrow{CM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CC_1} = -\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$

Задача 7.  $x$ -подаръците на I джудже,  $y$ -подаръците на II джудже ;

$$\begin{cases} 50\% \text{ от } x + 55\% \text{ от } y = 265 \\ 55\% \text{ от } x + 50\% \text{ от } y = 260 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x + 11y = 5300 \\ 11x + 10y = 5200 \end{cases} \begin{matrix} | \cdot 11 \\ | \cdot 10 \end{matrix} ; \quad y = 300.$$

Задача 8.  $\angle ABC = 2.35^\circ = 70^\circ$  . Четириъгълникът  $PBCL$  е вписан в окръжност.  $\Rightarrow \angle BPL + \angle BCL = 180^\circ$  и  $\angle APL + \angle BPL = 180^\circ \Rightarrow \angle APL = \angle C$  . Четириъгълникът  $ABQL$  е вписан в окръжност .

$\Rightarrow \angle BAC + \angle BQL = 180^\circ$  и  $\Rightarrow \angle CQL + \angle BQL = 180^\circ \Rightarrow \angle A = \angle LQC = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle APL = \angle C = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ$

Задача 9. 
$$\frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} + \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 x_2^2} = 1 ; \quad \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} + \frac{(x_2 + x_1)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} = 1 ; \quad \frac{2m-3}{2} + \frac{(2m-3)^2 - 2 \cdot 2}{4} = 1 ;$$

$$2(2m-3) + (2m-3)^2 - 4 = 4 ; \quad 4m^2 - 8m - 5 = 0 ; \quad D = 144 ; \quad m_1 = \frac{8+12}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} ; \quad m_2 = \frac{8-12}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} . \text{ При } 5/2,$$

уравнението няма реални корени.

Задача 10. За правилен чертеж – 1т.  $\angle AMD = 45^\circ$  -диагонал в квадрат-1т. Построяване  $ABC_1D_1$  -  
 правоъгълник, симетричен на ABCD относно правата AB – 3т, точка  $Q_1$  - симетрична на т.Q спрямо AB –  
 2т. Свързват се т.А с т.  $Q_1$  и т.  $Q_1$  с т.С.  $\angle AQD = \angle AQ_1D_1 = \alpha$  -2т.  $\Rightarrow \angle D_1AQ_1 = 90^\circ - \alpha$ ,  $\Delta AQ_1D_1 \cong \Delta Q_1CC_1$   
 $\Rightarrow AQ_1 = Q_1C$  -2т.;  $\angle CQ_1C_1 = 90^\circ - \alpha$  и  $\angle C_1CQ_1 = \alpha \Rightarrow \angle AQ_1C = 90^\circ \Rightarrow \angle CAQ_1 = \angle ACQ_1 = 45^\circ$  - 2т. ;  
 $\Rightarrow \angle ACD = 90^\circ - (45^\circ + \alpha) = 45^\circ - \alpha \Rightarrow \angle AMD + \angle AQD + \angle ACD = 45^\circ + \alpha + 45^\circ - \alpha = 90^\circ$  - 2т.

**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 9.12.2006 г.**  
**10 клас**

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех!**

Име.....училище.....град.....

**Зад 1.** За острия ъгъл  $\alpha$  е дадено  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ , тогава стойността на  $\cos \alpha$  е:

- а)  $\frac{12}{13}$ ;                      б)  $\frac{8}{13}$ ;                      в)  $\frac{13}{5}$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 2.** Дадено е уравнението  $x^2 + 2kx + 4 = 0$ . Стойностите на реалния параметър  $k$ , за които уравнението има два реални и различни отрицателни корени са:

- а)  $k \neq \pm 2$ ;                      б)  $k \in (-\infty, -2)$ ;                      в)  $k \in (2, +\infty)$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 3.** Даден е правоъгълен триъгълник с катет 4 и хипотенуза 5. Медианата към по – големия катет е:

- а)  $\sqrt{13}$ ;                      б) 2,5;                      в)  $\sqrt{5}$ ;                      г) друг отговор.

**Зад 4.** За функцията  $f(x) = ax^2 + bx + c$  е известно, че  $f(0) > 0$ ,  $f(1) < 0$  и  $f(2) > 0$ , тогава за корените  $x_1$  и  $x_2$  на уравнението  $f(x) = 0$  е вярно условието:

- а) са равни;                      б) са различни отрицателни числа;  
в) са различни положителни числа;                      г) друг отговор.

**Зад 5.** Уравнението  $\sqrt{2x-2} + \sqrt{7-7x} = \sqrt{4x^2 - 19x + 15}$  има корени:

- а) числата  $\pm 1$ ;                      б) няма корени;                      в)  $\forall x \in R$                       г) друг отговор.

**Зад 6.** В трапеца ABCD частта от средна основа, заключена между диагоналите, е 3,  $AC \cap BD = O$  така, че  $AO : OC = 2 : 1$ , тогава голямата основа на трапеца е :

- а) 12;                      б) 6;                      в) 18;                      г) друг отговор.

**Зад 7.** Нека корените  $x_1$  и  $x_2$  на уравнението  $x^2 - x - 1 = 0$ , тогава числената стойност на израза

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - x_1^2 x_2 - x_1 x_2^2$$

е:

- а)  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ;                      б) 0;                      в) 2;                      г) друг отговор.

**Зад 8.** Общата външна допирателна на две външно допиращи се окръжности има дължина  $12\sqrt{3}$ . Дадено е, че двата радиуса са отнасят, както 1:3, тогава по-малкия от тях е:

- а)  $3\sqrt{3}$ ;                      б)  $2\sqrt{3}$ ;                      в) 6;                      г) друг отговор.

**Зад 9.** Произведението на 2006 естествени числа е 2006, тогава най-малката сума на тези числа може да бъде:

- а) 2006;                      б) 2097;                      в) 4011;                      г) друг отговор.

**Зад 10.** Даден е правоъгълен  $\Delta ABC$  с хипотенуза  $AB = 12$  и височина  $CH = 3$ . Намерете катетите, медианата  $CM$  към хипотенузата и градусните мерки на острите ъгли на  $\Delta ABC$ .

## Отговори 10 клас

1а; 2в; 3а; 4в; 5г х=1; 6а; 7б; 8в; 9г 2081

**1 зад.** Основното тригонометрично тъждество  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , за острия ъгъл  $\alpha$

получаваме  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$ .

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} 4k^2 - 16 > 0 \\ -2k < 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \quad \text{с решение}$$

**2 зад. Отг. В)** Условието се дефинира със системата

$$k \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

$$k \in (0, +\infty)$$

$\forall x$ , окончателно  $k \in (2, +\infty)$ .

**3 зад. Отг. А)** Нека в  $\triangle ABC$   $AC = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $M$  среда на  $AC$ . От Питагорова теорема за  $\triangle BMC$

получаваме  $BM^2 = BC^2 + AM^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow BM = \sqrt{13}$ .

**4 зад. Отг. В)** От условието  $f(0) > 0$  и  $f(1) < 0$  следва, че съществува корен  $x_1 \in (0, 1)$ , а от  $f(1) < 0$  и  $f(2) > 0$  следва, че съществува корен  $x_2 \in (1, 2)$ .

**5 зад.** За съществуването на първите два радикала са необходими условията  $\begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \\ 7 - 7x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 1 \end{cases}$ , с единствено решение  $x = 1$ , след заместване в даденото условие установяваме, че е решение.

**6 зад. Отг. А)** От  $AB \parallel CD \Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle CDO \Rightarrow AB : CD = AO : BO = 2 : 1$ . Нека  $CD = x$ , тогава  $AB = 2x$ .

Нека  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  са среди, съответно на  $AD$ ,  $BC$ ,  $AC$  и  $BD$ . От свойството на средната основа, тези точки лежат на една права. От  $\triangle ABC$  и  $\triangle BCD$  средните отсечки  $PN = AB/2 = x$  и  $QN = CD/2$ , тогава  $3 = PQ = PN - QN = x/2$ ,  $x = 6$ . Окончателно  $AB = 2x = 12$ .

**7 зад. Отг. Б)**  $D = 5 > 0$ , следователно корените са реални. От формулите на Виет

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 1$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1, \text{ заместваме в } A = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} - x_1 x_2 (x_1 + x_2) = \frac{1}{-1} - (-1) \cdot 1 = -1 + 1 = 0$$

**8 зад. Отг. В)** Да означим окръжностите  $k_1(O_1, R_1)$  и  $k_2(O_2, R_2)$ ,  $R_1 = x$  тогава  $R_2 = 3x$ ,  $T$  е общата точка на двете окръжности,  $MP$  ( $M \in k_1, P \in k_2$ ) е общата им допирателна. Построяваме  $MK \parallel O_1 O_2$  ( $K \in O_2 P$ ). От успоредника  $O_1 O_2 KM$  получаваме, че отсечката  $KM = O_1 O_2 = R_1 + R_2 = 4x$ ,  $KP = O_2 P - O_2 K = O_2 P - O_1 M = R_1 - R_2 = 2x$ . От Питагорова теорема за  $\triangle MKP \Rightarrow MP^2 = MK^2 - KP^2 = 16x^2 - 4x^2 = 12x^2 \Rightarrow MP = 2\sqrt{3}x = 12\sqrt{3}$ ,  $x = R_1 = 6$ .

**9 зад. Отг. Г, 2081)** Очевидно всички числа са делители на 2006, но  $2006 = 2 \cdot 17 \cdot 59$ , следователно по-голямата част от числата са единици. Възможни са случаите:

2005 единици и 2006  $\Rightarrow$  сбор  $2005 \cdot 1 + 2006 = 4011$ ;

2004 единици, 2 и 1003  $\Rightarrow$  сбор  $2004 \cdot 1 + 2 + 1003 = 3009$ ;

2004 единици, 17 и 118  $\Rightarrow$  сбор  $2004 \cdot 1 + 17 + 118 = 2139$ ;

2004 единици, 34 и 59  $\Rightarrow$  сбор  $2004 \cdot 1 + 34 + 59 = 2097$  и

2003 единици, 2, 17 и 59  $\Rightarrow$  сбор  $2003 \cdot 1 + 2 + 17 + 59 = 2081$ .

**10 зад.**

Нека  $AC = b$ ,  $BC = a \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 12^2 \\ ab = 12.3 \end{cases}$ , решенията на системата са (с точност до еднаквост)  
 $AC = 3(\sqrt{6} \pm \sqrt{2})$ ,  $BC = 3(\sqrt{6} \mp \sqrt{2})$ . Медианата  $CM = AB/2 = 6$ . Да разгледаме случая  $AC > BC$ . В  $\triangle MHC$   
 $CH = \frac{1}{2} CM \Rightarrow$  ъгъл  $CMH = 30^\circ$ , но  $\triangle AMC$  е равнобедрен  $\Rightarrow$   
 $30^\circ = \angle HMC = \angle MAC + \angle ACM = 2\angle MAC$ . Окончателно ъглите на  $ABC$  са  $15^\circ$  и  $75^\circ$ .

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент : Всяка задача от 1 до 60 има само един верен отговор. Всеки верен отговор се оценява с една точка. На задачите от 45 до 60 трябва да напишете верния отговор.

1. Ако  $4x+2=26$ , то  $4x+8$  е равно на:

- а) 32                      б) 34                      в) 36                      г) 38                      д) 40

2. Кой са всички стойности на  $x$ , за които  $(x-2)(x-5)=0$ ?

- а) -5                      б) -2                      в) 2 и -5                      г) -2 и 5                      д) 2 и 5

3. Ако  $a+2>5$  и  $a-4<1$ , кои от изброените стойности може да приема  $a$ ?

- а) 2                      б) 3                      в) 4                      г) 5                      д) 6

4. На колко може да бъде равно  $X$ , ако четирицифреното число  $7X7X$  се дели на 3?

- а) 4                      б) 5                      в) 6                      г) 7                      д) 9

5. Ако периметъра на правилен многоъгълник е 21, на колко може да бъде равна дължината на страната му?

- а) 6                      б) 5                      в) 4                      г) 3                      д) 2

6. Георги печели по \$2000 на месец, от които \$600 отиват за наема му. Колко процента от заплатата си той дава за наема?

- а) 25%                      б) 30%                      в) 35%                      г) 40%                      д) 45%

7. Ако  $a$  е нечетно отрицателно число и  $b$  е положително четно число, кое от посочените числа е четно и положително?

- а)  $a+b$                       б)  $-ab$                       в)  $ab$                       г)  $b/a$                       д)  $b-a$

8. На Петя й трябва 2 галона боя за да боядиса 875 кв. фута площ. Колко галона боя ще изразходва за боядисването на 4375 кв. фута площ?

- а) 4                      б) 5                      в) 8                      г) 10                      д) 15

9. Правоъгълна кутия е дълга 24 инча, широка 10 инча и висока 15 инча. В нея се събират точно 60 еднакви кутийки, като те изцяло запълват обема и. Коя от посочените тройки числа може да е размера (в инчове) на една такава кутийка?

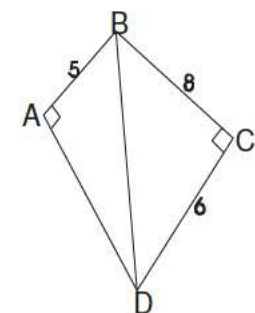
- а) 2 на 5 на 6                      б) 3 на 4 на 6                      в) 3 на 5 на 6                      г) 4 на 5 на 6                      д) 5 на 6 на 12

10. Сумата на четири числа е по-малка от 53 и по-голяма от 57, средното аритметично на тези числа е:

- а)  $11\frac{1}{2}$                       б) 12                      в)  $12\frac{1}{2}$                       г) 13                      д) 14

11. За четириъгълника ABCD е дадено:  $CD = 6$ ,  $BC = 8$  и  $AB = 5$ . Дължината на AD е:

- а) 4                      б)  $3\sqrt{5}$                       в)  $5\sqrt{3}$                       г) 10                      д) 15



12. В координатна система се знае, че точките  $C(2,5)$ ,  $D(-1,2)$  и  $E(x,y)$  лежат на една права. Кое от посочените може да бъде координата на точката  $E$ ?

- а) (0,1)                      б) (1,1)                      в) (0,2)                      г) (1,3)                      д) (1,4)

13. Ако дробта  $\frac{1}{21}$  е равна на периодичната дроб  $0,0476190476190\dots$ , коя е 51-та цифра след десетичната запетая?

- а) 0                      б) 1                      в) 4                      г) 6                      д) 7

14. Шарън има в джоба си 6 монети от 25 цента, 5 монети от 10 цента и 10 монети от 1 цент. Тя изважда от джоба си монети една по една и ги оставя встрани, докато не извади монета от 25 цента. Каква е вероятността следващата извадена монета да е от 25 цента?

- а)  $\frac{3}{7}$                       б) не може да се определи еднозначно                      в)  $\frac{3}{11}$                       г)  $\frac{6}{19}$                       д)  $\frac{1}{4}$

15. Ако  $a$  е различно от 0 цяло число и  $b$  не е цяло, кое от посочените е цяло число?

- а)  $a+b$                       б)  $a-b$                       в)  $ab$                       г)  $2a-b$                       д)  $b/a$

16. Консумацията на даден климатик е 12 цента за час за първите 8 часа от работата му и по 10 цента за час за всеки допълнителен час след осмия. Кой от дадените изрази дава разхода на климатика за 90 дни, ако всеки ден работи  $h$  часа и  $8 < h < 24$ ?

- а)  $90(0.12) + 9(h-8)$ ; б)  $90(0.12)h + h-8$ ; в)  $90(0.12)h + 9(h-8)$ ; г)  $90(0.12)(8) + 9(h-8)$ ; д)  $90(0.12)(8) + (h-8)$



17. Ако дължините на страните на триъгълник са  $a$ ,  $b$  и  $c$ , кое от твърденията е вярно?

- а)  $c=b+a$  б)  $c=b-a$  в)  $c=2a+b$  г)  $c+2=a+b+3$  д)  $c+3=a+b+2$

18. Ако  $xy > 0$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ ,  $\frac{1}{xy} = 6$ , то  $\frac{x+y}{5} =$

- а)  $1/25$  б)  $1/6$  в)  $1/5$  г)  $5$  д)  $6$

19. В баскетболен турнир участват 8 отбора. Всеки отбор играе по 4 игри с всеки от останалите отбори. Колко игри са изиграни в турнира?

- а) 64 б) 98 в) 112 г) 128 д) 224

20. Дължините на две от страните на триъгълник са  $x-2$  и  $x+2$ , като  $x > 2$ . Кой от изброените варианти е единствената възможност за третата страна  $y$ ?

- а)  $0 < y < x$  б)  $0 < y < 2x$  в)  $2 < x < y$  г)  $4 < y < x$  д)  $4 < y < 2x$

21. Кое от изброените е еквивалентно на три-четвърти от куба на  $a$  плюс стойността на  $b$  разделена на  $c$  е равно на  $a$ ?

- а)  $(-a)^3 + b - c^2 = a$  б)  $\frac{3}{4}a^2 + \frac{b}{c} = a$  в)  $\frac{3a^3}{4} + \frac{b}{c^2} = a$  г)  $\frac{3}{4}a^3 + \frac{b}{c} = a$  д)  $\frac{3}{4}a^3 + bc^2 = a$

22. Агенция за коли под наем взема на кола по \$40 за първите 7 дена, и по \$35 за всеки следващ ден след седмия. Колко трябва да плати Джо, ако иска да наеме кола за 10 дни?

- а) \$375 б) \$385 в) \$395 г) \$405 д) \$415

23. Ако  $8a < 3b$  и  $3b < 10c$ , то е вярно:

- а)  $8a < 10c$  б)  $10c < 8a$  в)  $c < a$  г)  $8a = 10c$  д)  $8a + 1 = 10c$

24. Ако  $g(t) = 2t - 6$ , при каква стойност на  $t$  графиката  $g(t)$  пресича оста  $x$ ?

- а) -6 б) -3 в) 0 г) 2 д) 3

25. Ако  $a = 7c$  и  $b = 2c$ , каква е стойността на  $c$ ?

- а) 18 б) 20 в) 28 г) 34 д) 36

26. Броят на лалетата, които Саманта отглежда се променя с всеки сезон, заедно с възрастта на дъщеря й Ким. Ако Соня е отгледала 16 лалета, когато Ким е била на 10 години, колко ще станат лалетата и, когато Ким стане на 25 години?

- а) 25 б) 26 в) 30 г) 40 д) 45

27. В таблицата са дадени стойности за  $g$  и  $h$ . Ако  $h = 3g + 4$ , каква е стойността на  $k$ ?

- а) 12 б) 16 в) 27 г) 36 д) 52

28. Таня чисти къщата си на всеки 7 дни и пуска пералня на всеки 5 дни. Колко пъти ще чисти и пере в един и същи ден за 315 дни?

- а) 9 б) 12 в) 26 г) 45 д) 63

29. Ако дължината на едната от страните на триъгълник е 5, кои от посочените не могат да бъдат дължини на другите две страни?

- а) 3 и 3 б) 3 и 5 в) 7 и 8 г) 7 и 3 д) 7 и 12

30. Правата  $l$  минава през точките  $(-2; 3)$  и  $(0; 1)$ . Коя от точките лежи на правата  $l$ ?

- а)  $(0, 3)$  б)  $(5, 5)$  в)  $(0, 0)$  г)  $(3, -2)$  д)  $(-2, 5)$

31. На фигурата са показани правите  $l$  и  $m$ , като  $l \parallel m$ . Колко е мярката на  $q$ ?

- а)  $40^\circ$  б)  $50^\circ$  в)  $60^\circ$  г)  $70^\circ$  е)  $80^\circ$

32. Ако  $x^6 + 4 = x^6 + w$ , то  $w$  е равно на:

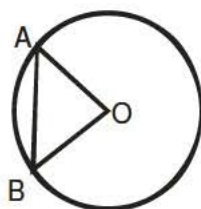
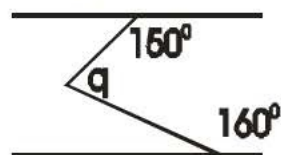
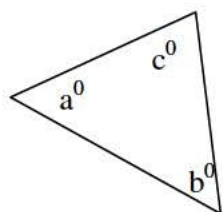
- а) -4 б)  $-\sqrt[6]{4}$  в)  $\sqrt[6]{4}$  г) 4 д)  $4^6$

33. Точката  $O$  е мярка  $70^\circ$ , каква е мярката на ъгъл  $ABO$ ?

- а) 40 б) 50 в) 55 г) 70 д) 110

34. За всички цели числа  $f$  и  $g$ , означаваме  $f \# g = f - 2g$ . Каква е стойността на  $1007 \# 3.5$ ?

- а) 1014 б) 1.014 в) 10.14 г) 10,140 д) 101,400



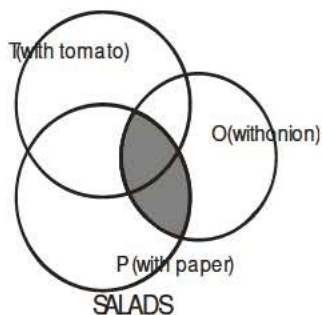
g	h
2	10
4	j
j	k



A			B
D			C

35. Квадрат с дължина 8 е разделен на 16 квадратчета. Каква е площта на кръга, който минава през точките A, B, C, и D, които са центрове на съответните четири малки квадратчета?

- а)  $\sqrt{2}\pi$       б)  $2\sqrt{2}\pi$       в)  $3\sqrt{2}\pi$       г)  $9\pi$       д)  $18\pi$



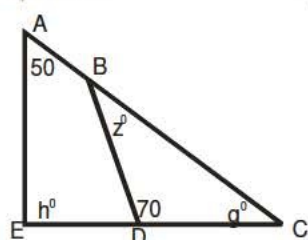
36. На фигурата с кръга O е представена салата с лук, с кръга P - салата с чушки и с T - салата с домати. Какво представя потъмнената област?

- а) Салата с домати, лук и чушки  
б) Салата с лук и чушки, но без домати  
в) Салата с лук и чушки (възможно е да има и малко домати)  
г) Салата с лук и домати (възможно е да има и малко чушки)  
д) Салата с чушки и домати (възможно е да има и малко лук)

37. Докато ходи на училище, Елена получава \$400 всеки месец, 35 % от които изразходва за сметки. Ако тя заделя 30 % от оставащата сума за пазар и \$130 за забавления, и спестява останалите пари, какъв процент от парите ще

спестява всеки месец?

- а) 2,5%      б) 13%      в) 20%      г) 35%      д) 52%



38. На фигурата правата  $\overline{BD}$  пресича  $\angle ACE$ . Как зависи мярката  $h$  от мярката  $z$ ?

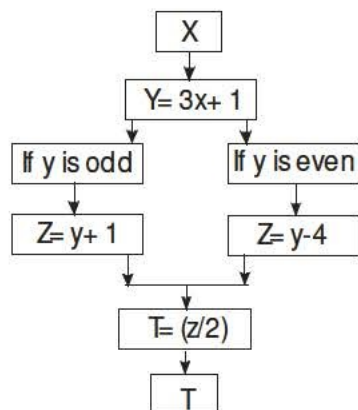
- а)  $20 + z$       б)  $20 + 2z$       в)  $20 - 2z$       г)  $140 - z$       д)  $140 + z$

39. Отсечката на фигурата е разделена на равни части. Колко е стойността на

разликата  $P - Q$ ? а)  $\frac{1}{5}$       б)  $\frac{1}{4}$       в)  $\frac{2}{5}$       г)  $\frac{2}{4}$       д)  $\frac{3}{5}$

40. Ако  $a$  е приблизително 16,8, кое от посочените числа би могла да бъде  $a$ ?

- а) 16      б) 16,704      в) 16,763      г) 16,873      д) 17



41. Ако  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ , то  $f(x)$  не е дефинирано при  $x$  равно на:

- а) -6      б) -4      в) -2      г) 0      д) 2

42. Ако се дават положителни цели стойности за  $x$  и се следват стъпките показани на диаграмата. Кое от посочените твърдения е вярно?

- I.  $t > 0$       а) I      г) II и III  
II.  $z$  е четно      б) II      д) I, II и III  
III.  $t$  е четно      в) I и II

43. Ако  $3a + 5b - 4c = 12$  и  $a + 3b - 2c = -4$ , каква е стойността на  $a - b$ ?

- а) 4      б) 8      в) 16      г) 20      д) не може да се определи

44. Ако  $k$  приятели дарят по  $d$  долара и тези пари се разделят на  $s$  нуждаещи

се, по колко пари ще вземе всеки нуждаещ се?

- а)  $\frac{kd}{c}$       б)  $\frac{c}{dk}$       в)  $dk + c$       г)  $\frac{dc}{k}$       д)  $(k - c)d$

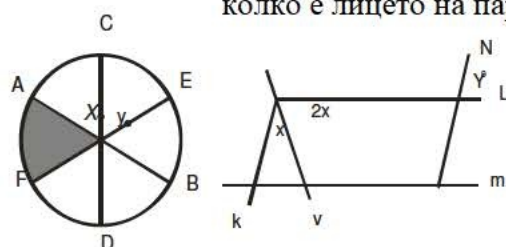
45. На пътешествие 80 % от общо 3000 човека са женени. От тези женени хора, 60% са били женени в продължение на по малко от една година и 200 са били женени повече от 10 години. Колко човека са били женени повече от 1 и по-малко от 10 години?

46. В един клас има 720 ученика, от които, 35% са момчета. Колко на брой са момчетата?

47. За да вземе книга от библиотеката, Г-н Иванов е бил принуден да заплати, \$2 за 2 седмично ползване на книгата, плюс глоба от \$0.15 за всеки просрочен ден. Ако той е платил \$4,55, колко дни е държал книгата?

48. Ако  $s$  (&j) означаваме най-малкото просто цяло число по-голямо от  $j$ , и  $c$  (@j) означаваме най-голямото четно цяло число по-малко от  $j$ , то каква е стойността на [&(-1.32)] - (@3.481)?

49. Ако периметърът на парцел правоъгълна земя е 300 метра, и дължината на едната страна е 55 метра, колко е лицето на парцела?



50. Какъв е наклона на правата, минаваща през точките (0,1) и (-5,-1)?

51. На фигурата отгоре,  $k$  е успоредна на  $n$  и  $l$  е успоредна на  $m$ . Ако  $37^\circ < x < 40^\circ$ , каква е възможната стойност на  $y$ ?
52. На фигурата  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$  и  $\overline{EF}$  са диаметри на кръга. Ако  $y = 3x + 10$  и потъмнената част е  $\frac{1}{4}$  от площта на кръга каква е стойността на  $x$ ?
53. Намерете броя на реалните корени на уравнението  $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$
54. Ако  $A(-1;2)$  и  $B(2;-1)$ , където  $A$  и  $B$  са две точки от координатната равнина, да се намери дължината на  $AB$ .
55. Операцията  $*$  е дефинирана с равенството  $a * b = 2(a + 2b)$ . За кои стойности на  $x$  и  $y$   $x * y = y * x$ ?
56. Окръжност с център  $(-3;4)$  се допира до абсцисната ос. Намерете координатите на пресечните точки на окръжността с ординатната ос.
57. Ако  $|x|^2 - |x| - 6 = 0$ , да се намери  $x$ ?
58. За коя стойност на  $c$  уравнението  $2x^2 - 3x + c = 0$  има точно един корен?
59. Ако  $f(x) = x + 1$  и  $g(x) = x^2 - 1$ , за кои стойности на  $x$   $g(f(x)) = 0$ ?
60. Ако  $(a^x)^{2/3} = \frac{1}{a^2}$ , да се намери  $x$ .

## ОТГОВОРИ

11-12 клас

- 1а, 2д, 3в, 4б, 5г, 6б, 7б, 8г, 9а, 10д, 11в, 12д, 13д, 14б, 15в, 16г, 17д, 18д, 19в, 20д, 21в, 22б, 23а, 24д, 25а, 26г, 27д, 28а, 29д, 30г, 31б, 32г, 33в, 34в, 35д, 36в, 37б, 38а, 39в, 40в, 41г, 42а, 43г, 44а,
- 45** 760, **46** 768, **47** 31, **48** -3, **49** 4225, **50** 0,4, **51**  $60^\circ < y < 69^\circ$ , **52** 20, **53** 0, **54**  $3\sqrt{2}$ , **55**  $x=y$ , **56**  $(0; 4 \pm \sqrt{7})$ , **57** 3 и -3, **58** 9/8, **59** 0 и 2, **60** 3

**Section "Iztok" – UBM**  
**Christmas Competition – 09.12.2006**  
**11-12 grade**

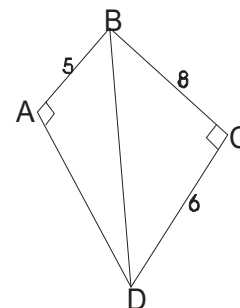
**Time - 120 minutes**

**Rules:** For each problem from 1 to 60 you receive 1 point and there is only one correct answer. For each problem from 45 to 60 you have to write the correct answer.

**Organizing committee wishes a successful work!**

Name ..... School ..... City .....

1. If  $4x+2=26$ , then  $4x+8=$  a)32 b)34 c)36 d)38 e)40
2. What are all the values of  $x$  for which  $(x-2)(x-5)=0$ ? a)-5 b)-2 c) 2 and -5 d) -2 and 5 e)2 and 5
3. If  $a+2>5$  and  $a-4<1$ , which of following could be a value for  $a$ ? a)2 b)3 c)4 d)5 e)6
4. The four-digit number  $7,X7X$  is divisible by 3 if  $X$  is replaced by which of following digits?  
a)4 b)5 c)6 d)7 e)9
5. If the perimeter of a regular polygon is 21, which of the following could be the length of one side of the polygon? a)6 b)5 c)4 d)3 e)2
6. If Jorge earns \$2000 a month and spends \$600 a month on rent, what percent of Jorge's monthly earnings does he spend on rent? a)25% b)30% c)35% d)40% e)45%
7. If  $a$  is an odd negative number and  $b$  is a positive even number, which of the following must be even and positive? a)  $a+b$  b)  $-ab$  c)  $ab$  d)  $b/a$  e)  $b-a$
8. Patty uses 2 gallons of paint to cover 875 square feet of surface. At this rate, how many gallons will she need to cover 4,375 square feet of surface? a) 4 b) 5 c) 8 d) 10 e) 15
9. A rectangular box is 24 inches long, 10 inches wide, and 15 inches high. If exactly 60 smaller identical rectangular boxes can be stored perfectly in this larger box, which of the following could be the dimensions, in inches, of these smaller boxes? a) 2 by 5 by 6 b) 3 by 4 by 6 c) 3 by 5 by 6 d) 4 by 5 by 6 e) 5 by 6 by 12
10. If the sum of 4 numbers is between 53 and 57, then the average (arithmetic mean) of the 4 numbers could be which of the following? a)  $11\frac{1}{2}$  b) 12 c)  $12\frac{1}{2}$  d) 13 e) 14
11. In quadrilateral ABCD above, if  $CD = 6$ ,  $BC = 8$ , and  $AB = 5$ , what is the length of  $AD$ ?  
a) 4 b)  $3\sqrt{5}$  c)  $5\sqrt{3}$  d) 10 e) 15
12. In a coordinate plane, if points  $C(2,5)$ ,  $D(-1,2)$ , and  $E(x,y)$  lie on line  $l$ , which of the following could be the coordinates of point  $E$ ? a)(0,1) b)(1,1) c) (0,2) d)(1,3) e) (1,4)
13. If the fraction  $\frac{1}{21}$  equals the repeating decimal .0476190476190..., what is the 51<sup>st</sup> digit after the decimal point of the repeating decimal? a) 0 b) 1 c) 4 d) 6 e) 7
14. Sharon Has exactly 6 quarters, 5 dimes, and 10 nickels in her pocket. She pulls out a coin at random and puts it aside since the coin is not a quarter. If she pulls out a second coin at random from her pocket, what is the probability that the second coin is a quarter?  
a)  $\frac{3}{7}$  b) The answer can not be determined from this information c)  $\frac{3}{11}$  d)  $\frac{6}{19}$  e)  $\frac{1}{4}$
15. If  $a$  is a nonzero integer and  $b$  is not an integer, which of the following could be an integer?  
a)  $a+b$  b)  $a-b$  c)  $ab$  d)  $2a-b$  e)  $b/a$
16. The daily cost of running a certain air conditioner is 12 cents per hour for the first 8 hours, and 10 cents per hour for each additional hour over 8 hours. Which of the following expressions represents the cost, in dollars, of running this air conditioner for  $h$  hours each day, for 90 days, if  $8 < h < 24$ ?  
a)  $90(.12) + 9(h-8)$   
b)  $90(.12)h + h-8$  c)  $90(.12)h + 9(h-8)$  d)  $90(.12)(8) + 9(h-8)$  e)  $90(.12)(8) + (h-8)$
17. If the lengths of the sides of a certain triangle are  $a$ ,  $b$ , and  $c$ , which of following statements could be true?  
a)  $c=b+a$  b)  $c=b-a$  c)  $c=2a+b$  d)  $c+2=a+b+3$  e)  $c+3=a+b+2$
18. If  $xy > 0$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ ,  $\frac{1}{xy} = 6$ , then  $\frac{x+y}{5} =$  a)1/25 b)1/6 c)1/5 d)5 e)6
19. At a basketball tournament involving 8 teams, each team played 4 games with each of the other teams. How many games were played at this tournament? a)64 b)98 c)112 d)128 e)224
20. The lengths of two sides of a triangle are  $(x-2)$  and  $(x+2)$ , where  $x>2$ . Which of the following ranges includes all and only the possible values of the third side  $y$ ? a) $0<y<x$  b) $0<y<2x$  c) $2<x<y$  d) $4<y<x$  e) $4<y<2x$





21. Which of the following is the equivalent of the statement that three-fourths of the cube of  $a$  plus the value of  $b$  divided by the square of  $c$  equals  $a$ ?

- a)  $(-a)^3 + b - c^2 = a$  b)  $\frac{3}{4}a^2 + \frac{b}{c} = a$  c)  $\frac{3a^3}{4} + \frac{b}{c^2} = a$  d)  $\frac{3}{4}a^3 + \frac{b}{c} = a$  e)  $\frac{3}{4}a^3 + bc^2 = a$

22. A car rental agency charges \$40 per day for the first 7 days, and \$35 a day for each day after that. How much would Joe be charged if he rented a car for 10 days? a) \$375 b) \$385 c) \$395 d) \$405 e) \$415

23. If  $8a < 3b$  and  $3b < 10c$ , which of the following is true? a)  $8a < 10c$  b)  $10c < 8a$  c)  $c < a$  d)  $8a = 10c$  e)  $8a + 1 = 10c$

24. If  $g(t) = 2t - 6$ , then at what value of  $t$  does the graph of  $g(t)$  cross the  $x$ -axis? a) -6 b) -3 c) 0 d) 2 e) 3

25. In the figure, if  $a = 7c$  and  $b = 2c$ , what is the value of  $c$ ? a) 18 b) 20 c) 28 d) 34 e) 36

26. The number of tulips that Samantha grows each season varies directly with the age of her daughter Kim. If Samantha grew 16 tulips when Kim was 10 years old, how many tulips will she grow when Kim is 25 years old? a) 25 b) 26 c) 30 d) 40 e) 45

g	h
2	10
4	j
j	k

27. In the table, if  $h = 3g + 4$ , what is the value of  $k$ ?

- a) 12 b) 16 c) 27 d) 36 e) 52

28. Tameka cleans her house every 7 days and does laundry every 5 days. In the next 315 days, how many times will she have to clean her house and do laundry on the same day?

- a) 9 b) 12 c) 26 d) 45 e) 63

29. In the length of one side of triangle is 5, which of the following cannot be the lengths of the other two sides of the triangle? a) 3 and 3 b) 3 and 5 c) 7 and 8 d) 7 and 3 e) 7 and 12

30. Line  $l$  has an undefined slope and contains the points  $(-2, 3)$  and  $(0, 1)$ . Which of the following points is also on line  $l$ ?

- a)  $(0, 3)$  b)  $(5, 5)$  c)  $(0, 0)$  d)  $(3, -2)$  e)  $(-2, 5)$

31. In the figure right,  $l \parallel m$ . What is the value of  $q$ ? a)  $40^\circ$  b)  $50^\circ$  c)  $60^\circ$  d)  $70^\circ$  e)  $80^\circ$

32. If  $x^6 + 4 = x^6 + w$ , then  $w =$  a) -4 b)  $-\sqrt[6]{4}$  c)  $\sqrt[6]{4}$  d) 4 e)  $4^6$

33. Point O is the center of the circle in the figure right. If angle AOB =  $70^\circ$ , what is the measure of angle ABO? a) 40 b) 50 c) 55 d) 70 e) 110

34. For all positive integers  $f$  and  $g$ , let  $f \# g$  be defined as  $\frac{f + 2g}{f - 2g}$ . What is the value of

$1007 \# 3.5$ ? a) 1014 b) 1.014 c) 10.14 d) 10,140 e) 101,400

A			B
D			C

35. In the figure left, a square with side length 8 is divided into 16 squares. What is the area of the circle (not shown) that passes through points A, B, C, and D, which are the centers of the four corner squares?

- a)  $\sqrt{2}\pi$  b)  $2\sqrt{2}\pi$  c)  $3\sqrt{2}\pi$  d)  $9\pi$  e)  $18\pi$

36. In the figure above, circular region O represents salads with onions, circular region P represents salads with pepper, and circular region T represents salads with tomato. What does the shaded region represent? a) Salads with tomatoes, onions, and peppers. b) Salads with onions and peppers, but without tomatoes. c) Salads with onions and peppers (some possibly with tomatoes). d) Salads with onions and tomatoes (some possibly with peppers). e) Salads with peppers and tomatoes (some possibly onions)

37. While away at school, Eileen receives an allowance of \$400 each month, 35 percent of which she uses to pay her bills. If she budgets 30 percent of the remainder for shopping, allots \$130 for entertainment, and saves the rest of the money, what percentage of her allowance is she able to save each month? a) 2.5% b) 13% c) 20% d) 35% e) 52%

38. In the figure right, line  $\overline{BD}$  crosses  $\angle ACE$ , what is the value of  $h$  in terms of  $z$ ?

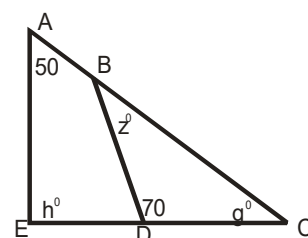
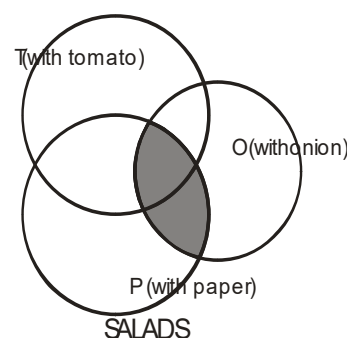
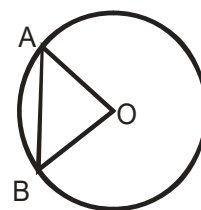
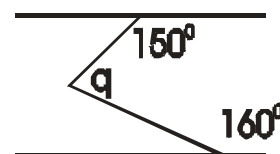
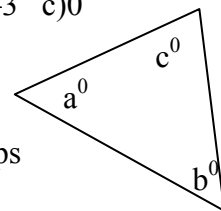
- a)  $20 + z$  b)  $20 + 2z$  c)  $20 - 2z$  d)  $140 - z$  e)  $140 + z$

39. The lines are equally spaced on the number line. What is the value of  $P - Q$ ?



- a)  $\frac{1}{5}$  b)  $\frac{1}{4}$  c)  $\frac{2}{5}$  d)  $\frac{2}{4}$  e)  $\frac{3}{5}$

40. If a number is rounded to 16.8, which of the following could have been the original number? a) 16 b) 16.704 c) 16.763 d) 16.873 e) 17



41. If  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ , then  $f(x)$  is undefined for which of the following values of  $x$ ? a) -6 b) -4 c) -2 d) 0 e) 2

42. A person selects a positive integer  $x$  and follows the steps in the diagram right to get  $t$ . Which of following statements must be true?

- I.  $t > 0$  a) I only d) II and III only  
 II.  $z$  is even b) II only e) I, II, and III  
 III.  $t$  is even c) I and II only

43. If  $3a + 5b - 4c = 12$  and  $a + 3b - 2c = -4$ , what is the value of  $a - b$ ?

a) 4 b) 8 c) 16 d) 20 e) The answer can not be determined from this information.

44. If  $k$  friends contribute  $d$  dollars each, and that money is distributed equally among  $c$  number of charities, how much money is received by each charity?

- a)  $\frac{kd}{c}$  b)  $\frac{c}{dk}$  c)  $dk + c$  d)  $\frac{dc}{k}$  e)  $(k - c)d$

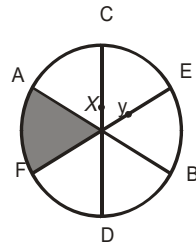
45. On a cruise, 80 percent of the 3,000 passengers were married. Of these married passengers, 60 percent had been married less than a year, and 200 had been married more than 10 years. How many had been married 1-10 years?

46. In a class of 720 students, 35% are boys. How many girls are in the class?

47. To borrow a single book from a lending library, Mr. Brown was charged \$2 for 2 weeks, plus a fine of \$.15 per day for every day he was late returning it. If he paid a total of \$4.55, how many days did he have the book?

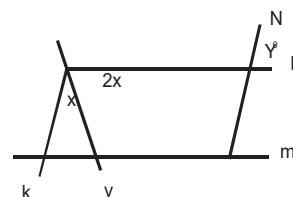
48. If  $(\&j)$  is the least prime integer greater than  $j$ , and  $(@j)$  is the greatest even integer less than  $j$ , what is the value of  $[\&(-1.32)] - (@3.481)$ ?

49. The perimeter of rectangular plot of land is 300 meters. If the length of one side of the plot is 55 meters, what is of the plot, in square meters?



50. What is the slope of a line that passes through the points  $(0,1)$  and  $(-5,-1)$ ?

51. In the figure right,  $k$  is parallel to  $n$  and  $l$  is parallel to  $m$ . If  $37^\circ < x < 40^\circ$ , what are the possible values of  $y$ ?



52. In the figure left,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ , and  $\overline{EF}$  are diameters of the circle. If  $y = 3x + 10$  and the shaded area is  $\frac{1}{4}$  the area of the circle, what is the value of  $x$ ?

53. Find the number of the real roots of the equation  $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

54. If  $A(-1;2)$  and  $B(2;-1)$ , where A and B are two points in the coordinate plane, then what is the length of segment AB?

55. An operation  $*$  on the numbers  $a$  and  $b$  is defined by the formula  $a * b = 2(a = 2b)$ . For what values of  $x$  and  $y$  is  $x * y = y * x$ ?

56. A circle with center  $(-3;4)$  is tangent to the x-axis. Which are the points of intersection of the circle with the y-axis?

57. If  $|x|^2 - |x| - 6 = 0$ , then what is  $x$ ?

58. For what value of  $c$  will  $2x^2 - 3x + c = 0$  have one and only one real root?

59. If  $f(x) = x + 1$  and  $g(x) = x^2 - 1$ , for what value(s) of  $x$  does  $g(f(x)) = 0$ ?

60. If  $(a^x)^{2/3} = \frac{1}{a^2}$  then what is  $x$ ?

11-12 клас

1a 2e 3c 4b 5d 6b 7b 8d 9a 10e 11c 12e 13e 14b 15c 16d 17e 18e 19c 20e 21c 22b 23a 24e 25a 26d 27e 28a 29e 30? 31b 32d 33c 34c 35e 36c 37b 38a 39? 40c 41d 42a 43d 44a

**45** 760, **46** 768, **47** 31, **48** -3, **49** 4225, **50** 0,4, **51**  $60 < y < 69$ , **52** 20 **53** 0 **54**  $3\sqrt{2}$  , **55**  $x = y$ , **56**  $(0; 4 \pm \sqrt{7})$

**57** 3 and -3, **58** 1,125, **59** 0 and -2, **60** -3