



التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $B(3,0,0)$ و $A(-1,0,3)$

و $C(7,1,-3)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$.

بين أن : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ و استنتج أن $3x + 4z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . ☐ 1 ☐ 1,00 ن

بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(3,1,0)$ و أن شعاعها هو 5. ☐ 2 ☐ 0,50 ن

ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) . ☐ 3 ☐

بين أن : $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . ☐ 3 ☐ 0,50 ن

بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $F(0,1,-4)$ و $E(6,1,4)$. ☐ 3 ☐ 1,00 ن

التمرين الثاني : (3,0 ن)

حل في مجموعة الأعداد العقدية (\mathbb{C}) المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$. ☐ 1 ☐ 1,00 ن

نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي : $a = 3 - i$ و $b = 3 + i$ و $c = 7 - 3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' بالدوران \mathcal{R} الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

بين أن : $z' = iz + 2 - 4i$. ☐ 2 ☐ 0,50 ن

تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران \mathcal{R} هو $c' = 5 + 3i$. ☐ 2 ☐ 0,25 ن

بين أن : $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم في النقطة B و أن : $BC = 2BC'$. ☐ 2 ☐ 1,25 ن

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " .

B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

بين أن : $p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{41}{42}$. ☐ 1 ☐ 1,00 ن

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة . ☐ 2 ☐

تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 0 و 1 و 2 و 3 . ☐ 2 ☐ 0,25 ن

بين أن : $p[X = 2] = \frac{3}{10}$ و $p[X = 0] = \frac{1}{6}$. ☐ 2 ☐ 1,00 ن

حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . ☐ 2 ☐ 0,75 ن

التمرين الرابع : (3 ن)

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

بين بالترجع أن : $u_n - 1 > 0$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. ☐ 1 ☐ 0,75 ن

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. ☐ 2 ☐

بين أن : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$. واستنتج أن : $u_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. ☐ 2 ☐ 1,00 ن

بين أن : $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن : $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$. ☐ 2 ☐ 0,75 ن

أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n$ حيث $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هي المتتالية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. ☐ 3 ☐ 0,50 ن

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$ ☐ ☐ I

بين أن : $g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$; $(\forall x \in \mathbb{R})$. ☐ 1 ☐ I 0,50 ن

بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و تناقصية على المجال $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. ☐ 2 ☐ I 0,50 ن

بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن : $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$. ☐ 3 ☐ I 0,50 ن

استنتج أن : $g(x) > 0$; $(\forall x \in \mathbb{R})$. ☐ 3 ☐ I 0,25 ن

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$ ☐ ☐ II

وليكن (\mathcal{C}) المنحنى الممثل لـ f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$) . ☐ 1 ☐ II 1,00 ن

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$) . ☐ 2 ☐ II 0,75 ن

بين أن : $f'(x) = g(x)$; $(\forall x \in \mathbb{R})$ واستنتج أن f تزايدية قطعاً على \mathbb{R} . ☐ 2 ☐ II 0,75 ن

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (\mathcal{C}) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأرتايب . ☐ 3 ☐ II 0,75 ن

أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)]$ واستنتج أن المستقيم $y = x + 1$: (Δ) مقارب للمنحنى بجوار $-\infty$. ☐ 3 ☐ II 0,50 ن

حدد زوج إحداثيات نقطة تقاطع (Δ) و (\mathcal{C}) ثم بين أن (\mathcal{C}) يوجد أسفل (Δ) على $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$. ☐ 3 ☐ II 0,50 ن

و فوق (Δ) على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

بين أن : $y = x$ هي معادلة ديكرتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (\mathcal{C}) في النقطة O . ☐ 4 ☐ II 0,25 ن

بين أن للمنحنى (\mathcal{C}) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ و أرتوبها غير مطلوب تحديده . ☐ 4 ☐ II 0,25 ن

أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (\mathcal{C}) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . ☐ 5 ☐ II 0,75 ن

باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$. ☐ 6 ☐ II 1,00 ن

بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (\mathcal{C}) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (\mathcal{C}) . ☐ 6 ☐ II 0,50 ن

و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$ هي $(6 - 2e) cm^2$.