

كؤكب الذؤبة فف فادة الرفاضفا - بكالورفا 2023 -

الفصل الثاني : 02

الجزء الثاني II

المواضفع :

من 21 إلى 35

الاؤباراا الـ {15} بدون حل - للمأولة المباشرة ■

ملاحظة : هذه الباقه أاصة بآلامف شعبة علوم آجربفة و فمكن لآلامف شعبآف رفاضفاا و آقآف رفاضف الاسآفافة منها بشكل كبفرا آفا ، ،

آأ شعار

، ، لا ملل لا فشل ، ، نأو آأقف ذاك الأمل ، ،

المذصفة العلمفة : عقة بن نافع

<https://www.facebook.com/okba.bac.2010>

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة : 03 ساعات ونصف

المستوى : سنة ثالثة شعبة علوم تجريبية

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين
الموضوع الأول :

التمرين 01 : 04.5 نقاله

- I -** (U_n) متتالية عددية معرفة بـ : $U_0 = 3 \ln 2$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = \ln \left(\frac{2}{7} e^{U_n} + 5 \right)$
- ① أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > \ln 7$
 - ② أثبت أن : $e^{U_n} - e^{U_{n+1}} = \frac{5}{7} (e^{U_n} - 7)$ ، ثم استنتج أن : $e^{U_n} > e^{U_{n+1}}$
 - ③ استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم بين أنها ومتقاربة واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$
- II -** نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة بـ : $V_n = e^{U_n} - 7$
- ① أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية واكتب عبارة حدها العام
 - ② بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \ln \left[7 + \left(\frac{2}{7} \right)^n \right]$ ، ثم احسب مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$
 - ③ أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = 7^{\ln(e^{U_0}-7)} + 7^{\ln(e^{U_1}-7)} + 7^{\ln(e^{U_2}-7)} + \dots + 7^{\ln(e^{U_n}-7)}$

التمرين 02 : 04 نقاله

- I -** f دالة معرفة ، موجبة و متزايدة تماما على المجال $[0; 1]$ حيث $f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$
- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .
- ① تحقق أنه من أجل كل $x \in [0; 1]$: $f(x) - xe^{-x} = 2xe^{-x}f(x)$
 - ② أثبت أنه من أجل كل $x \in [0; 1]$: $xe^{-x} \leq f(x) \leq \frac{1}{e-2}$
 - ③ باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$
 - ④ لتكن A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) ومحوري الإحداثيات والمستقيم ذو المعادلة $x = 1$: (d)
- بين أن : $1 - \frac{2}{e} \leq A \leq \frac{1}{e-2}$

التمرين 03 : 04.5 نقاله

- I -** صندوق غير شفاف به 5 كريات حمراء و 5 كريات سوداء لا يمكن التمييز بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا كرية من الصندوق إذا كان حمراء نعيدها إلى الصندوق ، ثم نسحب منه كرتين آن واحد وإذا كانت كانت سوداء لا نعيدها إلى الصندوق ونضع بدلها كرتين حمراء ثم نسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع من الصندوق .
- ① أحسب احتمال كل من الحادثتين الآتيتين :

- ♦ A : سحب ثلاث كريات حمراء .
♦ B : الحصول على لونين مختلفين .
- ② أحسب احتمال سحب الكرية الأولى سوداء علما أن الكريات الثلاث المسحوبة من نفس اللون .
- II - نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد انتهاء عملية السحب .

- ① عرف قانون احتمال X واحسب أمله الرياضي ، التباين والانحراف المعياري .
- ② أحسب كل من : $E(2022 + 2023X)$ و $P\left(4 \leq \int_6^X dt + \int_5^6 dt + \dots + \int_2^3 dt + \int_1^2 dt \leq 5\right)$

التمرين 04 : 07 نقاط

- I - g و h دالتين معرفتين على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - 1 - \ln x$ و $g(x) = x + (x - 2) \ln x$
- ① شكل جدول تغيرات h ، ثم استنتج أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $h(x) \geq 0$
- ② بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $g(x) = 1 + h(x) + (x - 1) \ln x$
- ③ بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $(x - 1) \ln x \geq 0$ ، ثم استنتج أن : $g(x) > 0$
- II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2$
- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .
- ② أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (لا حظ أن : $f(x) = 1 + x \ln x \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$)
- ③ أثبت أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
- ④ أ - أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$
- ب - أثبت أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $f(x) - x = (\ln x - 1) h(x)$
- ج - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T)
- ⑤ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) على المجال $]0; e]$
- ⑥ أ - بين أن الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$
- ب - باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$ و $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$
- ج - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (T) والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$ و (d')

III - (U_n) متتالية معرفة بـ : $U_0 = \sqrt{e}$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = f(U_n)$

- ① برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq U_n \leq e$
- ② بين أن المتتالية (U_n) متناقصة (إستعمل السؤال II - ④ - ج)
- ③ بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

♦♦♦ انتهى الموضوع الأول ♦♦♦

الموضوع الثاني :

التمرين 1 : 5 نقطة

I - (U_n) متتالية عددية معرفة بـ : $U_0 = 2$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = 5 - \frac{4}{U_n}$.

- 1 أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq U_n \leq 4$.
- 2 أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم بين أنها ومتقاربة واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 3 أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - U_n)$.
- 4 استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 4 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 5 نضع : $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ ، بين أن : $S_n \geq 4n - 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

II - α عدد حقيقي و (V_n) متتالية عددية معرفة بـ : $V_n = \frac{4\alpha - U_n}{\alpha - U_n}$.

- 1 عين قيمة α حتى تكون (V_n) هندسية ثم اكتب عبارة حدها العام.
- 2 استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (U_n) ، ثم احسب مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 3 احسب بدلالة n المجموع : $R_n = \frac{V_0}{4^n} + \frac{V_1}{4^{n-1}} + \frac{V_2}{4^{n-2}} + \dots + \frac{V_{n-1}}{4} + V_n$.

التمرين 2 : 04 نقطة

◀ f دالة معرفة على المجال $] -1; 0]$ بـ : $f(x) = x \ln(1+x)$.

◀ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

- 1 أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها ، ثم أنشئ المنحنى (C_f) .
- 2 عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث : $\frac{x^2}{1+x} = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
- 3 ليكن λ عددا حقيقيا حيث $-1 < \lambda < 0$ ، أحسب بدلالة λ العدد I حيث : $I = \int_{\lambda}^0 \frac{x^2}{1+x} dx$.
- 4 باستخدام المكاملة بالتجزئة أحسب بالـ cm^2 وبدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 0$ و $x = \lambda$.
- 5 تحقق أن : $\lim_{\lambda \rightarrow -1} A(\lambda) = 3$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمرين 03 : 04 نقطة

- ◀ - صندوق غير شفاف به 10 كريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس منها أربع كريات تحمل الرقم 0 وثلاث كريات تحمل الرقم 2 وكريتين تحملان الرقم 3 وكرية واحدة تحمل الرقم 1 ، نسحب عشوائيا على التوالي ودون إرجاع 4 كريات من الصندوق ونكتب بالترتيب الأرقام المتحصل عليها وهكذا نحصل بالترتيب على عدد مكون من 4 أرقام حيث رقم الآلاف هو الرقم المتحصل عليه في المرة الأولى ورقم المئات هو المتحصل عليه في المرة الثانية ورقم العشرات هو المتحصل عليه في المرة الثالثة

ورقم الآحاد هو المتحصل عليه في المرة الرابعة .

① أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

♦ A : العدد المتحصل عليه هو 2023 .

♦ B : العدد المتحصل عليه أرقامه مختلفة مثنى مثنى .

♦ C : العدد المتحصل عليه زوجي .

② أحسب : $P_B(C)$.

التمرين 04 : 07 نقاله

I - g و h دالتين معرفتين على \mathbb{R} بـ : $g(x) = (1-x)e^x - 1$ و $h(x) = e^x - x - 1$.

① أدرس تغيرات الدالتين g و h ثم شكل جدول تغيرات كل منهما .

② استنتج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) \leq 0$ و $h(x) \geq 0$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x - 1} - x$.

◀ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب - أثبت أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

ج - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

② أ - تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = 1 - x + \frac{1}{\frac{e^x - 1}{x} - 1}$.

ب - بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

ج - أثبت أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ') بجوار $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

د - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ') .

③ أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{[h(x)]^2} - 1$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

④ أثبت أنه لا يوجد أي مماس لـ (C_f) يوازي المستقيم (Δ) .

⑤ أثبت أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث $1 < \alpha < 2$ و $-2 < \beta < -1$.

⑥ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (Δ') .

⑦ ليكن $m \in \mathbb{R}_+$ ، عين قيم m حتى لا تقبل المعادلة : $f(x) = \ln m - x$ أي حل .

⑧ لتكن $A(\beta)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها $y = -x$ ، $x = -1$.

و $x = \beta$ ، بين أن : $A(\beta) = \ln\left(\frac{e\beta}{\beta - 1}\right)$.

♦♦♦ انتهى الموضوع الثاني ♦♦♦

المدة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

يوم: الأحد 05 – 03 – 2023

التمرين الأول:

في كل حالة اختر إجابة واحدة فقط من بين الاقتراحات، مع التبرير:

(1) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x$. القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1; e]$ هي:

أ) $m = 1$ (ب) $m = \frac{1}{e-1}$ (ج) $m = \frac{e-1}{2}$ (د) $m = \frac{1}{2}$.

(2) الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = 5^x$ ، عبارة دالتها المشتقة g' هي:

أ) $g'(x) = \ln 5 \times 5^x$ (ب) $g'(x) = \ln 5 \times x^5$ (ج) $g'(x) = x \times 5^{x-1}$ (د) $g'(x) = 5 \times x^5$

(3) (C) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ $h(x) = e^x$ في مستوي المنسوب إلى المتعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

حجم الجسم بوحدة الحجم المولد من دوران (C) حول حامل محور الفواصل في المجال $[0; 1]$ هو:

أ) $V = e - 1$ (ب) $V = \pi \frac{e^2 - 1}{2}$ (ج) $V = \pi \frac{e - 1}{2}$ (د) $V = \pi(e - 1)$

التمرين الثاني:

f الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = 2x + \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = 2x + \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$

(2) أحسب نهايات f عند أطراف مجالي تعريفها.

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ب- بين أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.

ج- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ').

(5) أحسب من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f(x) + f(-x)$ ، ثم اعط تفسير هندسي للنتيجة.

(6) أنشئ (Δ)، (Δ') والمنحني (C_f).

(7) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

أ- أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C_f) و (Δ) وكل من المستقيمين ذي المعادلتين

$x = \lambda$ و $x = 1$

ب- أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

التمرين الثالث:

I] (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq n$

(2) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

II] (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كيلي: $v_n = u_n - n + 1$

(1) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية ثم أكتب v_n و u_n بدلالة n

(2) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$

(3) أحسب بدلالة n المجموع: $T_n = (u_0)^2 + (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 2)^2 + \dots + (u_n - n)^2$

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_0 = e$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{eu_n}{u_n + 1}$

1. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + 1 \geq e$

ب. ادرس اتجاه تغير (u_n) ، ثم استنتج تقاربها .

2. لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = \frac{e(1-e)u_n}{u_n - e + 1}$

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها e يطلب حساب حدها الأول .

ب. أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim u_n$

3. أحسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$

4. أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_{n+1} - e + 1 \leq e^{-1}(u_n - e + 1)$

ب. استنتج أن : $0 < u_n - e + 1 \leq e^{-n}$

ت. استنتج $\lim u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات مع التبرير :

x_i	-2	β	2	5
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	α	$\frac{7}{15}$

1. قانون الإحتمال للمتغير العشوائي معرف بالجدول المقابل :

قيمة العددين الحقيقيين α و β حتى يكون $E(193X + 1444) = 2023$ هي :

(أ) $\alpha = \frac{3}{27}$; $\beta = 1$ (ب) $\alpha = \frac{1}{3}$; $\beta = 4$ (ج) $\alpha = \frac{1}{3}$; $\beta = 0$

2. المتتالية العددية (u_n) معرفة على \mathbb{N}^* ب: $u_n = e^n - \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

(أ) $S_n = e^{\frac{n(n+1)}{2}} + \ln(n+1)$ (ب) $S_n = ne^n - \ln(n) + \ln(n+1)$ (ج) $S_n = \frac{e^{n+1} - e}{e - 1} + \ln(n+1)$

3. نعتبر العدد الحقيقي $I = \int_1^e \frac{(\ln x)^{2022}}{x} dx$ قيمة I هي :

(أ) $I = 2023$ (ب) $I = \frac{1}{2023}$ (ج) $I = \frac{2022}{2023}$

4. حلول المعادلة التفاضلية $y'' = e^{-x} + \frac{1}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$ هي :

(أ) $f(x) = \ln x - e^{-x} + c_1x + c_2$ (ب) $f(x) = e^{-x} + \ln x + c_1x + c_2$ (ج) $f(x) = e^{-x} - \ln x + c_1x + c_2$

التمرين الثالث : (04,5 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty[$: $g(x) = 2x \ln(x+1)$

ليكن (Γ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 3cm$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $\frac{x^2}{x+1} = ax + b + \frac{c}{x+1}$

2. عين مجموعة الدوال F الأصلية للدالة $f : x \mapsto \frac{x^2}{x+1}$ على المجال $[0; +\infty[$

3. نضع : $I = \int_0^{e-1} \frac{x^2}{x+1} dx$ و $J = \int_0^{e-1} g(x) dx$

(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة يبين أن : $J = (e-1)^2 - I$

(ب) أحسب قيمة I و استنتج قيمة J .

4. (أ) تحقق أنه من أجل كل $x \geq 0$: $g(x) \geq 0$

(ب) استنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (Γ) و محور الفواصل و المستقيمين المرفقين بالمعادلتين $x = e-1$ و $x = 0$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (4x+2)e^x - 1$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $-0,2 < \alpha < -0,19$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = (2xe^x - 1)e^x$

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^x g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $0,34 < \beta < 0,36$

(ب) استنتج أن : $e^\beta = \frac{1}{2\beta}$

(5) أرسم (T) و المنحنى (C_f) .

(6) أ) تحقق أن الدالة $H : x \mapsto \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto 2xe^{2x}$ على \mathbb{R}

(ب) احسب بالسنتيمتر المربع مساحة $S(\beta)$ الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى و محور الفواصل و المستقيمتين المعرفة بالمعادلات

$x = \beta$ و $x = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$u_{n+1} = \frac{2u_n}{\sqrt{4+u_n^2}} : u_0 = 2 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n$$

1. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n > 0$
 ب. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة وأحسب نهايتها.
2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي : $v_n = \frac{4}{u_n^2}$
 أ. بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .
 ب. أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n . واحسب من جديد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
3. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1\sqrt{v_1} + 2u_2\sqrt{v_2} + 3u_3\sqrt{v_3} + \dots + nu_n\sqrt{v_n}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التعليل :

- (1) الحد العام للمتتالية العددية (w_n) المعرفة بـ : $w_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $w_{n+1} = -\frac{1}{3}w_n - 4$ هو : $w_n = 3\left(\frac{1}{3}\right)^n - 3$
- (2) الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = (x - \ln(x))e^{-2x}$ تمثيلها البياني يقبل مستقيم مقارب معادلته : $y = 0$
- (3) الدالتان G و H المعرفتان على \mathbb{R} بـ : $G(x) = x + \ln(e^{2x} + 1)$ و $H(x) = -x + \ln(e^{2x} + 1)$ أصليتان لنفس الدالة
- (4) القيمة المتوسطة للدالة $\frac{1 + \ln x^2}{x}$ $x \mapsto$ على المجال $[e^{-1}; e]$ تساوي $\frac{2e}{e^2 - 1}$
- (5) من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x - 1 + (x-1)^2 e^x$
- ليكن (Γ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.
1. نعتبر G الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $G(x) = (\alpha x + \beta)e^x$
 • عين العددين الحقيقيين α و β حتى تكون الدالة G دالة أصلية للدالة xe^x على \mathbb{R}
 2. نضع : $A = \int_0^1 xe^x dx$ و $B = \int_0^1 x^2 e^x dx$
 (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة يبين أن : $B = e - 2A$
 (ب) أحسب قيمة A ، ثم استنتج قيمة B
 3. (أ) بالإستعانة بنتائج السؤال (2. ب) أحسب العدد الحقيقي A حيث $A = \int_0^1 (x-1)^2 e^x dx$
 (ب) فسر النتيجة هندسيا .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x^3 + 4\ln x$.
1. أدرس تغيرات الدالة g .
 2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,78 < \alpha < 0,79$
 3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - 2x + \frac{1 + 2\ln x}{x^2}$

(C) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ، حيث وحدة الطول $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1. أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ، فسر النتيجة هندسيا

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x + 1$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .

3. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ يكون: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^3}$

ب. استنتج اتجاه تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها .

ج. بين أن: $f(\alpha) = 1 + \frac{1 - 3\alpha^3}{\alpha^2}$ ، ثم جد حصر العدد $f(\alpha)$.

بين أن (C) يقبل مماسا يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له

4. أنشئ (Δ) ، (T) و (C)

5- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = -2x + m$

6. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{-1 - \ln x}{x}$

أ) بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة $\frac{\ln(x)}{x^2} : h \mapsto \frac{\ln(x)}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x = \sqrt{e^{-1}}$ و $x = 1$.

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقط) :

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاث في كلّ حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

① إذا كانت الأعداد $(2 - 9e^\alpha)$ ، 2 ، 20 بهذا الترتيب تشكل حدود متعاقبة لمتتالية هندسية فإن:

(أ) $\alpha = \ln 2$	(ب) $\alpha = -\ln 5$	(ج) $\alpha = 4$
----------------------	-----------------------	------------------

② f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 3)}{\ln x}$ ، نهاية الدالة f لما $x \rightarrow +\infty$ هي :

(أ) $+\infty$	(ب) 3	(ج) 2
---------------	---------	---------

③ إذا كانت h دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $|h(x)| \leq 3e^x$ و f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ

(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	(ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$
---	---	---

④ حل المعادلة التفاضلية $y' - 2xe^x - 3 = 0$ هي الدوال y حيث : (مع $c \in \mathbb{R}$)

(أ) $y = (2x - 2)e^x + 3x + c$	(ب) $y = (2x + 2)e^x + 3x + c$	(ج) $f(x) = (2x - 2)e^x - 3x + c$
--------------------------------	--------------------------------	-----------------------------------

التمرين الثاني (07 نقط) :

I. لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{2 + u_n^2}{3}}$

✓ عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة على \mathbb{N}

II. نضع $u_0 = 2$

(1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3

(2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$

(3) أ- بيّن أنّه من أجل كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{u_n^2 - 1}{u_n + \sqrt{\frac{2 + u_n^2}{3}}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب- هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برّر إجابتك .

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي : $v_n = u_n^2 - 1$

(1) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحددها الأول v_0

(2) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

$$\begin{cases} S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2 \\ T_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_{2n}} \\ L_n = v_0 + 3v_1 + \dots + 3^n v_n \end{cases}$$

التمرين الثالث (08 نقط) :

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -x - 1 + \ln x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) احسب $g(1)$ ثم بيّن أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن $g(x) < 0$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب- بين أنه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$ ثم استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

ج- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ - بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) نقبل أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y = -x$ مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

أ- احسب x_0 ، ثم بين أنه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f(x) + x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$

ب- استنتج الوضع النسبي بين (C_f) والمماس (T)

(4) أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.7 < \alpha < 0.8$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

ب- أنشئ (T) والمنحنى (C_f)

(5) أ- بيّن أن الدالة $H : x \rightarrow x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \rightarrow \ln x$ على لمجال $]0; +\infty[$

ب- باستعمال التكامل بالتجزئة بيّن أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج- احسب بـ cm^2 مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T) والمستقيمين اللذين

معادلتهما $x = e$ و $x = 1$

التمرين الأول : (U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بحددها الأول $U_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = 1 - \frac{4}{U_n + 3}$

(1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 < U_n \leq 0$.

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أن (U_n) متقاربة .

(3) (V_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} ب: $V_n = \frac{1}{U_n + 1}$.

/- بين أن (V_n) متتالية حسابية ، عين أساسها و حدها الأول .

ب- عين V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n ، استنتج مرة ثانية أن (U_n) متقاربة .

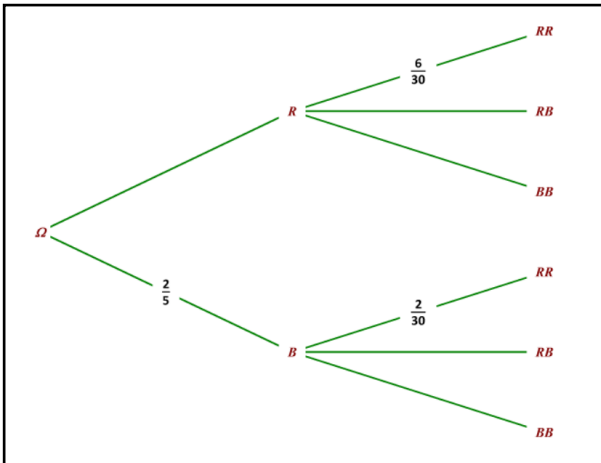
(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = U_0 V_0 + U_1 V_1 + \dots + U_n V_n$ و $T_n = e^{\frac{U_1}{U_1+1}} \times e^{\frac{U_2}{U_2+1}} \times \dots \times e^{\frac{U_n}{U_n+1}}$

عين S_n و T_n بدلالة n ، هل المتتالية (T_n) متقاربة ؟ برر إجابتك .

التمرين الثاني : يحتوي صندوق U_1 على 3 كريات حمراء و كرتين بيضاوين ، و يحتوي صندوق U_2 على كرتين حمراوين

و 3 كريات بيضاء (كل الكريات لا نفرق بينها باللمس) . نقوم بسحب كرية واحدة عشوائيا من U_1 و نضعها في U_2 ثم نسحب من

الصندوق U_2 كرتين على التوالي دون إرجاع .



(1) انقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات (نرسم RB لظهور كرتين مختلفتين في اللون) .

(2) احسب احتمال الأحداث التالية :

A : سحب كرتين حمراوين من U_2 .

B : سحب كرتين مختلفتين في اللون من U_2 .

(3) احسب احتمال سحب كرية بيضاء من U_1 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_2 حمراوين .

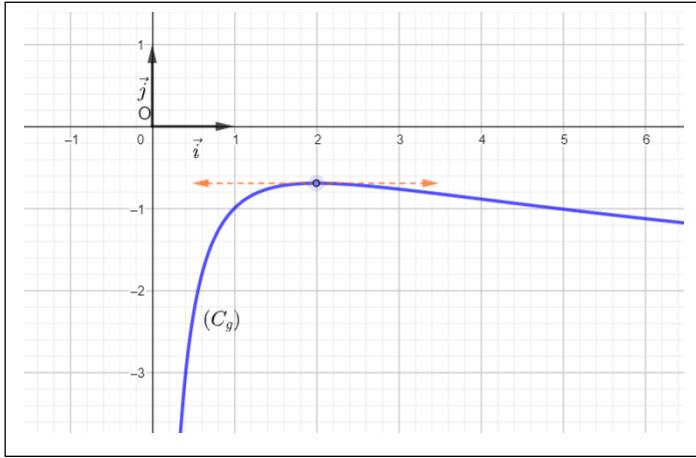
(4) ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة من U_2 .

/- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عين قانون احتماله .

ب- احسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثالث:

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بتمثيلها البياني (C_g) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل المقابل . (C_g) يقبل مماساً أفقياً عند النقطة ذات الفاصلة 2 .



(1) بقراءة بيانية :

أ- عين $g(1)$ و $g'(2)$.

ب- حدد إشارة $g(x)$.

ج- عين العددين الحقيقيين a و b علماً أن :

$$g(x) = a + \frac{b}{x} - \ln x$$

(2) نضع فيما يلي: $a=1$ و $b=-2$.

أ- تحقق أن الدالة H المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = x \ln x - x$ أصلية للدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = \ln x$

ب/ استنتج دالة G أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$ التي تحقق: $G(1)=0$.

ج- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتهما:

$$x=e, x=1$$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x-2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، فسر النتائج بيانياً.

(2) أ- بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x-2} = 0$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيماً مقارباً مائلاً لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس

وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; 2[\cup]2; +\infty[$: $f'(x) = 1 - \frac{g(x)}{(x-2)^2}$.

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أحسب $f(1)$ ، ثم بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $2.5 < \alpha < 2.6$.

(5) هل توجد مماسات للمنحني (C_f) موازية للمستقيم (Δ) ؟

(6) أنشئ (C_f) و (Δ) .

(7) لتكن الدالة K المعرفة على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ : $K(x) = [f(x)]^2$

أكتب $K'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة K .

التمرين الأول: 03 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

✓ الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم من أجل 1 هي الدالة G المعرفة بـ: $G(x) = 1 - \frac{1 + \ln x}{x}$.

2. في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B بحيث: $\begin{cases} z_A = 1+i \\ z_B = i \end{cases}$.

✓ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|\bar{z} + i| = |z - 1 - i|$ هي الدائرة التي قطرها $[AB]$.

3. الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية $y' = (\ln 2023)y$ والذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 2023^x$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2 وثلاث كريات سوداء مرقمة بـ: 1، 2، 3.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس، ونعتبر الحادثتين: A : سحب ثلاث كريات من نفس اللون

و B : سحب ثلاث كريات مجموع أرقامها عدد فردي.

1. احسب كلا من $P(A)$ و $P(B)$.

2. احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج كلا من $P(A \cup B)$ و $P_B(A)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $E(\alpha X - 1444) = 2024$

التمرين الثالث: 05 نقاط

الجزء الأول: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 + e^{-1} \\ u_{n+1} = \sqrt{(u_n - 1)^3} + 1 \end{cases}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $1 < u_n < 2$.

2. بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = (u_n - 1)(\sqrt{u_n - 1} - 1)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) وبرر تقاربها.

الجزء الثاني: المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \frac{1}{\ln(u_n - 1)}$.

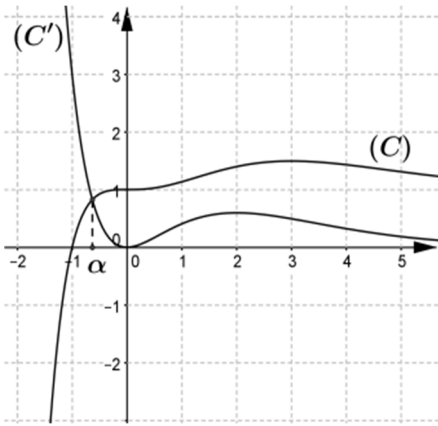
1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب حساب حدها الأول.

2. اكتب بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ $u_n = e^{-\left(\frac{3}{2}\right)^n} + 1$ واحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

3. احسب بدلالة n الجداء P_n بحيث: $P_n = (u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \dots \times (u_n - 1)$.

التمرين الرابع: 08 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.



الجزء الأول: في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 1 + x^3 e^{-x-1}$ ، (C') التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 3x^2 e^{-x-1}$ والعدد الحقيقي α هو فاصلة نقطتي تقاطع (C) و (C') بحيث: $-0,64 < \alpha < -0,62$.

1. بقراءة بيانية حدد الوضع النسبي لـ (C) و (C').

2. نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + (x^3 - 3x^2)e^{-x-1}$.

✓ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - x^3 e^{-x-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى السابق.

1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. نعتبر الدالة h المعرفة والمتزايدة تماماً على المجال $[-1; 0]$ بحيث $h(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{3}{\alpha - 3}$.

✓ بين أن $f(\alpha) = h(\alpha)$ ثم اعط حصر لـ $f(\alpha)$.

3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم تحقق أن (Δ) مماس لـ (C_f) في مبدأ المعلم.

ب. ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)، ثم فسر النتيجة هندسياً.

ج. بين أن (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما 1 أحدهما (Δ) والآخر (T) يطلب كتابة معادلتها.

4. أ. احسب $f(-1)$ ، ثم أنشئ كلاماً من (Δ)، (T) ومثل (C_f).

ب. عين بيانياً قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.

5. أ. بين أن الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + (x^3 + 3x^2 + 6x + 6)e^{-x-1}$ دالة أصلية لـ f على \mathbb{R} .

ب. احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) وحاملي محوري الإحداثيات والمستقيم ذا المعادلة $x = -1$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الموسم الدراسي: 2022/2023

ثانوية: الأخوين فارلو - مهدية - تيارت

إختبار التلاميذ الثاني في مادة الرياضيات

⌚ المدة: $\int_1^e \frac{2}{x} dx$ ساعة

المستوى: ③ علوم تجريبية

التمرين الأول: (03 نقاط)

⚡ لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح ، عيّنه مع التبرير

① من أجل العددين الحقيقيين c_1 و c_2 ، الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y'' - \sin(3x) = 0$ هي الدوال:

(أ) $y = -\frac{1}{9} \cos(3x) + c_1 x + c_2$	(ب) $y = -\frac{1}{9} \sin(3x) + c_1 x + c_2$	(ج) $y = \frac{1}{3} \sin(3x) + c_1 x + c_2$
---	---	--

② نعتبر التكامل I حيث: $I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx$

(أ) $I = \ln 2$	(ب) $I = -\ln 2$	(ج) $I = \frac{3}{8}$
-----------------	------------------	-----------------------

التمرين الثاني: (07 نقاط)

⚡ نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بمجدها الأول $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n - 1$

① أحسب: U_1, U_2 و U_3 .

⚡ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = 4n - 10$

② عيّن طبيعة المتتالية (V_n) ، ثم إستنتج أساسها .

⚡ لتكن المتتالية (W_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $W_n = U_n - V_n$

③ برهن أن المتتالية (W_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدّها الأول W_0 .

④ عبّر عن W_n بدلالة n ، ثم إستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = 11 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 4n - 10$

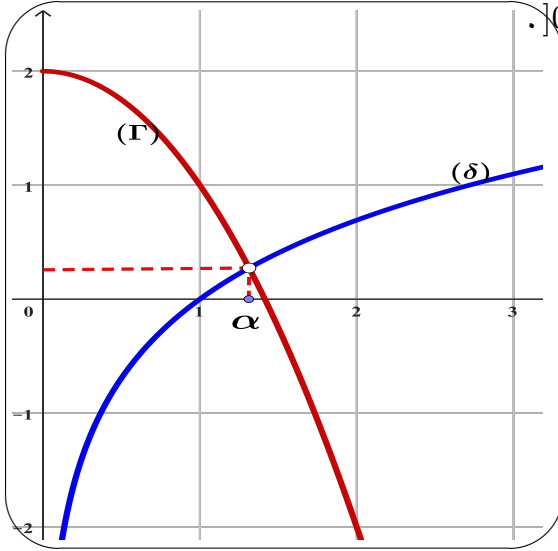
⑤ أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج؟ .

⚡ نضع من أجل كل عدد طبيعي n المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

⑥ بين أن: $S_n = 22 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] + 2(n-5)(n+1)$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \ln x$ و (Γ) التمثيل البياني للدالة المعرفة بـ: $y = -x^2 + 2$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (δ) و (Γ) .



① بقراءة بيانية حدّد وضعية (δ) بالنسبة إلى (Γ) على $]0; +\infty[$.

الم دالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

② إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

③ تحقق أن: $1.3 < \alpha < 1.4$.

الم نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، $f(x) = x - 1 + \frac{1 - \ln x}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

① أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا ، ثم بيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

② بيّن أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

③ إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f على $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

④ بيّن أن: $f(\alpha) = 2\alpha - 1 - \frac{1}{\alpha}$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

⑤ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، يُطلب تعيين مُعادلة له .

⑥ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

⑦ بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) ، يُطلب تعيين مُعادلة له .

⑧ أنشئ كلاً من: (Δ) ، (T) و (C_f) .

⑨ أحسب المساحة $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) و المستقيمين ذي المعادلتين $x = \alpha$ و

$$A(\alpha) = \frac{1}{2}(\alpha^2 - 1)^2 \quad x = e \quad \text{، ثم بيّن أن:}$$

إنتهى





التدريب الأول

I) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = e^{-1}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = \frac{n+1}{en} u_n$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > 0$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

II) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N}^* كما يلي: $v_n = \frac{1}{en} u_n$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{e}$ ثم احسب حدها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

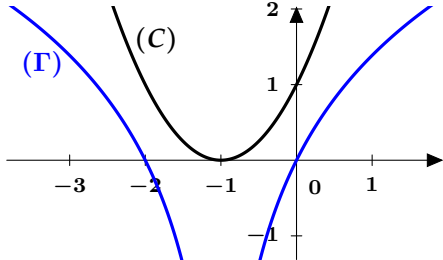
4) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

III) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على \mathbb{N}^* كما يلي: $w_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

1) ادرس اتجاه تغير المتتالية (w_n) ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.

2) هل المتتاليتان (u_n) و (w_n) متجاورتان؟ برر ذلك.

التدريب الثاني



I) نعتبر المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

◀ (C) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto (x+1)^2$.

◀ (Γ) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \ln(x+1)^2$.

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ) على $\mathbb{R} - \{-1\}$.

2) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $g(x) = (x+1)^2 - \ln(x+1)^2$

◀ استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $g(x) > 0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2}{x+1} + \frac{\ln(x+1)^2}{x+1} + x + 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

6) بين أن النقطة $A(-1, 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

7) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-0.7 < \alpha < -0.6$ و $-1.5 < \beta < -1.4$.

⑧ بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيين المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

⑨ ارسم (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و (C_f) .

⑩ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

III لتكن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{4} [\ln(x+1)^2]^2 + 2\ln|x+1|$

① اثبت أن F هي دالة أصلية للدالة f .

② احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين : $x = 0$

و $x = 2$.

إختبار الفصل الثاني في الرياضيات

التمرين الأول: (5 نقط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

$$1/ \text{ نعتبر المعادلة التفاضلية } (E) : y' = \frac{e^x}{e^x + 1} + 1 \dots\dots (E)$$

عبارة الحل g للمعادلة (E) على \mathbb{R} والذي يحقق $g(0) = \ln 2$ هي :

$$/ \text{ أ } g(x) = \ln(e^x + 1) \quad / \text{ ب } g(x) = \ln(e^{2x} + e^x) \quad / \text{ ج } g(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$$

$$2/ (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ بـ } : U_n = \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$$

- من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ،

$$/ \text{ أ } -\ln(n+1) \leq U_n \leq -\ln(n) \quad / \text{ ب } U_n \geq \frac{1}{n} \quad / \text{ ج } \frac{1}{n+1} \leq U_n \leq \frac{1}{n}$$

- نهاية المتتالية (U_n) هي :

$$/ \text{ أ } 0 \quad / \text{ ب } -\infty \quad / \text{ ج } +\infty$$

3/ صندوق يحتوي على 10 كريات لا نفرق بينها باللمس منها 4 سوداء و 6 بيضاء .

نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

- إحتمال سحب كرتين من نفس اللون هو:

$$/ \text{ أ } \frac{8}{15} \quad / \text{ ب } \frac{2}{9} \quad / \text{ ج } \frac{7}{15}$$

- إحتمال سحب كرية سوداء واحدة على الأقل هو:

$$/ \text{ أ } \frac{8}{15} \quad / \text{ ب } \frac{2}{3} \quad / \text{ ج } \frac{2}{9}$$

التمرين الثاني: (6 نقط)

$$I. (f \text{ الدالة العددية المعرفة على } [0; +\infty[\text{ بـ } : f(x) = \frac{1}{3} \sqrt{x^2 + 8} .$$

تحقق أن f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$.

$$II (u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي : } u_0 = a \text{ و } u_{n+1} = f(u_n)$$

مع a عدد حقيقي موجب تماما.

1. عين العدد a حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2. في كل مايلي نضع $a=3$

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$.

ج - بين أن (u_n) متناقصة تماما . ثم إستنتج أنها متقاربة .

3. (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} ب : $v_n = u_n^2 - 1$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب - أكتب كل من v_n ثم u_n بدلالة n . ثم إستنتج نهاية (u_n) .

4.أ- أحسب S_n بدلالة n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

ب - إستنتج S'_n بدلالة n : $S'_n = u_0^2 + \left(u_1^2 + \frac{2}{3}\right) + \left(u_2^2 + \frac{4}{3}\right) + \dots + \left(u_n^2 + \frac{2n}{3}\right)$

التمرين الثالث: (9نقط)

f الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{\ln(x) - 1}{(\ln x)^2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ، ثم إعط تفسيراً بيانياً للنتيجتين السابقتين.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1, +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{x (\ln x)^3}$

ب - إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ) حل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ، $f(x) = 0$.

ثم إستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل .

ب) أكتب معادلة المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة e .

4. أنشئ (T) و (C_f) .

5.أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1, +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{(\ln x)^2}$

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن : $\int_e^{e^2} \frac{1}{\ln x} dx = \frac{e^2}{2} - e + \int_e^{e^2} \frac{1}{(\ln x)^2} dx$

ج - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمان

الذين معادلتاهما $x = e$ و $x = e^2$.

6. h الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ ب : $h(x) = |f(x)|$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h في e . ثم فسر النتيجة بيانياً .

ب) أنشئ (C_h) .

بالتوفيق والسداد

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

الهدف: 3 ساعات

المستوى: ثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول : (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1, 4]$ ب: $f(x) = \frac{x+4}{6-x}$

1. (أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1, 4]$

(ب) بين أنه من أجل كل $x \in [1, 4]$ فإن $f(x) \in [1, 4]$

2. (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $U_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $1 \leq U_n \leq 4$

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، استنتج أنها متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

3. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = \frac{U_n - 1}{4 - U_n}$

(أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها وحدها الأول .

(ب) اكتب بدلالة n كلا من عبارة V_n و U_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ من جديد .

(ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{4 - U_0} + \frac{1}{4 - U_1} + \dots + \frac{1}{4 - U_n}$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = x + 3 + 4e^{2x-1}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1. ادرس إشارة الفرق $f(x) - x - 3$

2. أحسب $I(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات ذات المعادلات : $y = x + 3$ و $x = 0$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما .

3. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ب: $u_n = I(n) + 2e^{-1}$

حيث : $I(n) = I(\alpha)$ من أجل $\alpha = n$

(أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) احسب بدلالة n المجموع Y_n حيث :

$$Y_n = \int_0^1 4e^{2x-1} dx + \int_0^2 4e^{2x-1} dx + \dots + \int_0^n 4e^{2x-1} dx$$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال \mathbb{R}^* كيلي : $g(x) = x^2 + 2 - \ln(x^2)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال \mathbb{R}^* كيلي : $f(x) = x + 1 + \frac{\ln(x^2)}{x}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
2. (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
 (ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
4. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
5. (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم (Δ) في نقطتين يطلب تعيينهما .
 (ب) اكتب معادلة لكل من المماسين (T_1) و (T_2) .
6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(-x) + f(x) = 2$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
7. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما -1 والآخر α حيث : $0.6 < \alpha < 0.62$.
8. أرسم كلا من : (Δ) ، (T_1) و (T_2) والمنحنى (C_f) .
9. m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $\frac{\ln(x^2)}{x} = m - 1$.
10. (أ) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذوا المعادلتين : $x = \alpha$ و $x = 1$. (α العدد الحقيقي المعروف في السؤال 7) .

(ب) بين أن : $A(\alpha) = \frac{(\alpha^2 + \alpha)^2}{4}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية غليزان
ثانوية بقادة بلمهل – مازونة-

وزارة التربية الوطنية
الشعبة : 3 علوم تجريبية

التاريخ: 06 مارس 2023

المدة : 3 ساعة

اختبار الفصل الثاني في مادة : الرياضيات

التمرين الأول: (03ن) اختر الاقتراح الصحيح الوحيد مع التبرير في كل ما يلي :

(1) f دالة معرفة على \mathbb{R} . (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب لمعلم يقبل النقطة $(0; \frac{1}{2})$ مركز تناظروالمستقيم

$y = 3$: Δ مقارب له بجوار $-\infty$ فإن : أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ ب- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ ج- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

(2) (u_n) متتالية معرفة على IN و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ حيث : $S_n = \frac{n+1}{n+2}$ فإن عبارة الحد العام للمتتالية (u_n)

تُعطي : أ- $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ ب- $u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$ ج- $u_n = \frac{2}{n+1} - \frac{3}{n+2}$

(3) A و B حدثان غير متلائمين من فضاء العينة Ω . حيث $P(\bar{A}) = 2P(\bar{A} \cup B) = 0,75$ فإن احتمال الحدث B هو :
أ- 0,25 ب- 0,375 ج- 0,75

التمرين الثاني: (05ن)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN كما يلي : $u_2 = \frac{1}{6}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n}$

(1) بين أن $u_0 = \frac{1}{2}$ ثم بين أن (u_n) لا حسابية ولا هندسية .

(2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN كما يلي : $v_n = 1 + \frac{1}{u_n}$

أ- بين أن (v_n) حسابية أساسها $r = 2$

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{1}{2n+2}$

(3) نضع $\pi_n = (2u_0 + 1) \times (2u_1 + 1) \times \dots \times (2u_n + 1)$

- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $\pi_n = \frac{1}{2}(v_n + 1)$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $S' = (v_2^2 - v_1^2) + (v_4^2 - v_3^2) + \dots + (v_{98}^2 - v_{97}^2) + (v_{100}^2 - v_{99}^2)$

$S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ - عين قيمة n حتى يكون $S_n = 10400$ ثم استنتج S'

التمرين الثالث: (04,5ن)

(1) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{4}(2(\ln x)^2 + \ln x - 1)$

- حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج تحليل و إشارة $f(x)$ على $]0; +\infty[$

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ؛ $f'(x) = \frac{4 \ln x + 1}{4x}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) ليكن المتغير العشوائي X المعروف كما يلي في الجدول الآتي (حيث t قيمة مالية يدفعها اللاعب للمشاركة في لعبة ما و α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$)

X_i	-1	$\ln t$	$(\ln t)^2$
$P(X = X_i)$	$2\alpha^3$	α^2	α

- عين قيمة α .

أ- أعد تشكيل الجدول من أجل $\alpha = \frac{1}{2}$

ب- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ بدلالة t .

ت- ناقش حسب قيم t ربح و خسارة اللاعب.

ث- ما المبلغ الذي يدفعه اللاعب عند تلقيه أقصى خسارة.

التمرين الرابع: (5, 07)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1 + \ln(2x)}{x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب للمعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) شكل جدول إشارة $f(x)$ وفسر النتائج المحصل عليها بيانيا

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة المحصل عليها بيانيا

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = -\frac{\ln(2x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(4) أرسم (C_f)

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حل وحيد α على المجال $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ ثم تحقق أن $2 < \alpha < 3$ واستنتج $\ln(2\alpha) = \alpha - 1$.

(6) نضع $I(\alpha) = \int_{\frac{1}{2}}^{\alpha} f(x) dx$. بملاحظة أن $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \ln(2x)$

- بين أن $I(\alpha) = \ln(2\alpha) + \frac{1}{2} \ln^2(2\alpha)$ وفسر النتيجة بيانيا. ثم استنتج أن $I(\alpha) = \frac{\alpha^2 - 1}{2}$

(1) دالة عددية معرفة على $\left[\frac{1}{2}; \alpha\right]$ كما يلي : $g(x) = 1 + \ln(2x)$. (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب للمعلم

المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

أ- بين أن $g(\alpha) = \alpha$

ب- بين أن (C_g) هو صورة منحنى الدالة $\ln x \mapsto x$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه

(2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN كما يلي : $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$ يطلب رسم (C_g) والمنصف الأول في معلم آخر

أ- مثل على محور الفواصل الحدود $u_2; u_1; u_0$ ثم أعط تخمينا لكل من اتجاه تغير وتقارب (u_n) .

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \in \left[\frac{1}{2}; \alpha\right]$

ت- تحقق أن $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ث- بين أن (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

بالتوفيق للجميع

صفحة (2/2)

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: جبار عائشة-تيارت-

مديرية التربية لولاية تيارت

السنة الدراسية: 2022 / 2023

المستوى: 3ع.ت

المدة: 03 ساعة

موضوع الأسبوع الأول في مادة الرياضيات

يناقش يوم الأحد

التمرين الأول : (4 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n - 2} + 2 \end{cases}$$

نعتبر متتالية عددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة بـ(C) هو التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{i}; \vec{j}; o)$ للدالة f المعرفة بـ:

$$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$$

(1) أ/ مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .ب/ خمن إتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$3 \leq u_n \leq 11$$

(3) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n - 2} (1 - \sqrt{u_n - 2})$$

ب/ أثبت تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ج/ بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة، وعين نهايتها.(4) أ/ من أجل كل عدد طبيعي n بين أن $0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{2} (u_n - 3)$.ب/ استنتج أن $0 \leq u_n - 3 \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ج/ استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{13u_n - 36}{4u_n - 11} \end{cases}$$

نعتبر متتالية عددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة بـ(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون $u_n > 3$ (2) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} - u_n = \frac{-4(u_n - 3)^2}{4u_n - 11}$ ب/ استنتج إتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

ج/ بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة، وعين نهايتها.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف متتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$.

(4) بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها 4 يطلب تعيين حدها الأول.

(5) أ/ اكتب عبارة $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بدلالة n .

ب/ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ تأكد أن هذه النتيجة توافق نتيجة السؤال 2-ج-.

(6) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right)^{v_0} + \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right)^{v_1} + \dots + \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right)^{v_{n-1}} + \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right)^{v_n}$$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - (x^2 + 1)e^{-x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} فإن: $f'(x) = 1 + (x - 1)^2 e^{-x+1}$.

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب/ ادرس الوضع النسبي بينهما.

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة α ثم تحقق أن $1,8 < \alpha < 1,9$.

(6) أ/ أكتب معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ب) استنتج قيمة تقريبية لـ $f(0,911)$.

(7) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} فإن: $f''(x) = -(x - 1)(x - 3)e^{-x+1}$.

ب/ استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيينهما.

(8) احسب $f(0)$ ، $f(3)$ ثم أنشئ (C_f).

(9) لتكن g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f'(\ln x)$

أ/ احسب $g'(x)$ وادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: جبار عائشة - تيارت-

السنة الدراسية: 2022 / 2023

مديرية التربية لولاية تيارت

المستوى: 3ع.ت

المدة: 04 ساعة

موضوع الأسبوع الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (5 نقاط)

○ نعتبر متتالية عددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة بـ $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{(1+\alpha)u_n - \alpha}{u_n}$ حيث $\alpha \in]0, 1[$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n \geq 1$

(2) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة واستنتج أنها متقاربة، وعين نهايتها.

○ من أجل كل عدد طبيعي n نعرف متتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بـ $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - \alpha}$.

(3) بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(4) أ/ اكتب عبارة $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بدلالة n و α ثم استنتج عبارة $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بدلالة n و α .

ج/ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ وتحقق من نتيجتك السابقة.

(5) أ/ احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

ب/ استنتج بدلالة n و α المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0 - \alpha} + \frac{1}{u_1 - \alpha} + \frac{1}{u_2 - \alpha} + \dots + \frac{1}{u_n - \alpha}$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

○ نعتبر متتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} = 3 - \frac{4}{u_n + 2}$

(1) احسب u_1, u_2, u_3 ، ثم استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ليست حسابية وليست هندسية.

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون $-1 < u_n < 2$

(3) عين اتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

○ من أجل كل عدد طبيعي n نعرف متتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بـ $2^n v_n = \frac{u_n + 1}{u_n - 2}$.

(4) احسب v_0, v_1, v_2 ثم استنتج أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

(5) أ/ اكتب عبارة $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بدلالة n .

ب/ بين أنه من من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n = 2 - \frac{3}{2^{2n-1} + 1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(6) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{3}{2 - u_0} + \frac{3}{2 - u_1} + \frac{3}{2 - u_2} + \dots + \frac{3}{2 - u_n}$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{e^{2x} - e^x + 1}{e^x - 1}$

(C_f) هو تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

(1) من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ جد العددين الحقيقيين a و b حيث $f(x) = e^x + a + \frac{be^x}{e^x - 1}$.

(2) عين الدالة الأصلية F لـ f والتي تحقق $F(\ln 2) = 2$

(3) احسب مساحة الحيز S المحدد بالمنحنى (C_f) ومنحنى الدالة $x \mapsto e^x - 1$ والمستقيمين

اللذين معادلتهم $x = 1$ و $x = 2$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 1 - \frac{4e^x}{e^{2x} + 1}$

(C_f) هو تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن الدالة f دالة زوجية.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا.

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{4e^x(e^{2x} - 1)}{(e^{2x} + 1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ- حل في \mathbb{R} المعادلة: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

ب- استنتج نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محوري الإحداثيات.

(5) ارسم المنحنى (C_f).

(6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = f(m)$ حلا وحيدا.

(II) نعتبر دالة h معرفة بـ: $h(x) = \ln[f(x)]$

(1) أ- بقراءة بيانية شكل جدول إشارة $f(x)$.

ب- استنتج أن الدالة h معرفة على $]-\infty; \ln(2 - \sqrt{3})[\cup]\ln(2 + \sqrt{3}); +\infty[$.

(2) احسب $h'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h . -قيم النهايات مطلوبة-

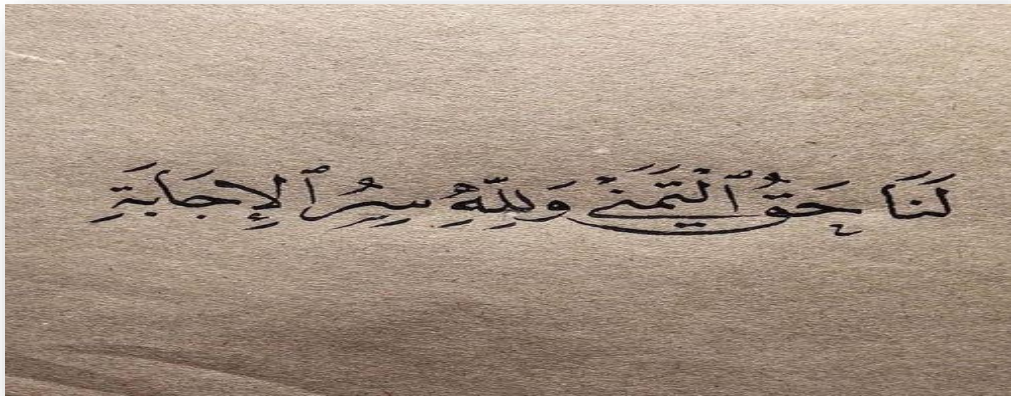
(3) ارسم في نفس المعلم منحنى الدالة h .

شعار العمل في هذا الموسم :

تَعَبُ الْمُرَاجَعَةُ أَفْضَلُ مِنْ أَلَمِ السَّقُوطِ

صناعة الطريق الذهبي نحو بكالوريا 2023

بالتوفيق و النجاح لجموع التلاميذ الشرفاء



<https://www.facebook.com/okba.bac.2010>